

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ БЕРЕГОВЫМИ ГЕОМОРФОЛОГИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

В ряде работ [1—4] нами были обоснованы принципиальные возможности использования математической теории оптимального управления, основы которой заложил Л. С. Понтрягин и его ученики [5], применительно к современным геоморфологическим процессам.

Эволюция геоморфологических систем при внешнем воздействии постоянной интенсивности и благодаря наличию отрицательных связей направлена в сторону достижения динамического равновесия. Для перевода в наикратчайшее время такой геосистемы из начального состояния в равновесное нами была предложена задача оптимального быстрогодействия.

Такая задача решается для линейных систем и для них справедлива теорема о существовании оптимальных управлений и принцип максимума [5], что является не только необходимым, но и достаточным условием оптимальности. Для нелинейных же систем при осуществлении синтеза оптимальных управлений на основе принципа максимума нет уверенности в том, что найденные траектории действительно оптимальны [6]. В этой работе В. Г. Болтянского рассмотрен класс нелинейных систем, для которых может быть построен синтез оптимальных управлений, и к которому нам удалось свести важную в практическом отношении задачу из области динамики береговых процессов.

В основу положено уравнение баланса материала в основании клифа [1, 7, 8, 9]

$$\frac{dW}{dt} = af(W)H - kW, \quad (1)$$

где W — объем обломочного материала на единицу длины пляжа, m^2 ; $f(W)$ — скорость отступления клифа как функция от W ; a — доля пляжеобразующего материала в породах, слагающих берег; H — высота клифа, m ; k — коэффициент истираемости; t — время.

Введем в (1) новую переменную $\bar{W} = W - W_{ег}$, где $W_{ег}$ — объем материала, соответствующий состоянию равновесия для (1). Продифференцировав по t и введя управляющий параметр u , придем к нелинейной системе уравнений, входящей в класс упомянутых выше [6] нелинейных систем:

$$\left\{ \frac{d\bar{W}}{dt} = v; \frac{d\bar{v}}{dt} = af^i(\bar{W} + W_{ег})vH - k\bar{W} + u \right\}, \quad (2)$$

где $f^i(\bar{W} + W_{ег}) = df(\bar{W} + W_{ег})/d(\bar{W} + W_{ег})$; $|u| \leq 1$.

В природе имеет место более общее ограничение $|u| \leq B > 1$, но оно легко приводится к данному выше.

Задача оптимального быстрогодействия состоит в переводе точки $(\bar{W}_0 = W_0 - W_{ег}, v_0)$ в начало координат (0.0) фазовой плоскости (\bar{W}, v) за наикратчайшее время. Показано, что система уравнений (2) удовлетворяет ряду условий при некоторых ограничениях на фазовую координату, когда синтез оптимальных уравнений является качественно таким же, как и для линейной системы (объекта) $d^2\bar{W}/dt^2 = u$, т. е. каждое оптимальное управление принимает только значения $u = \pm 1$ и имеет не более одного переключателя («неосциллирующие объекты» по В. Г. Болотнянскому). Синтез этих управлений строится на основе двух дифференциальных уравнений для фазовых переменных (\bar{W}, v) при $u = 1$ и при $u = -1$, которые получаются из системы уравнений (2) после деления второго уравнения на первое.

В заключение отметим, что рассматриваемая задача оптимального

быстродействия эквивалентна задаче минимизации расстояния, на которое отступает клиф в результате абразии:

$$s(t_1) = \int_0^{t_1} \varphi(W) dt = \min, s(0) = 0.$$

Это следует из того, что функция $s(t)$ является монотонно возрастающей от времени.

Список литературы

1. Trofimov A. M., Moskovkin V. M. // Z. Geomorphol. 1985. В. 29. № 3. Р. 257.
2. Trofimov A. M., Moskovkin V. M. // 24th JCG Main Session "Abstracts". 1980. V. 1. P. 125.
3. Широков В. М., Московкин В. М. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 2: Хим. Биол. Геогр. 1987. № 3. С. 51.
4. Широков В. М., Трофимов А. М., Московкин В. М. // Там же. 1990. № 1. С. 44.
5. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гампрелидзе П. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., 1961.
6. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М., 1969.
7. Широков В. М., Московкин В. М., Трофимов А. М. // Тез. докл. Всесоюз. н-т. совещ. по динамике берегов водохранилищ, их охраны и рационального использования. Черкассы, 1979. Кн. 7. С. 94.
8. Есин Н. В. О роли обломочного материала в абразионном процессе // Океанология, 1980. Т. 20. № 1. С. 85.
9. Широков В. М., Московкин В. М. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 2: Хим. Биол. Геогр. 1990. № 3. С. 46.