

MSC 93D15

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

В.И. Коробов, О.А. Тарасова

Белгородский национальный исследовательский университет,
ул. Студенческая, 12, Белгород, 308007, Россия

Возьмем линейную управляемую систему

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad (1)$$

где A, B – постоянные вещественные матрицы размером $n \times n$ и $n \times r$ соответственно; x – вектор n -мерного пространства E_n ; u – вектор r -мерного пространства E_r .

Зададим подпространство G равенством $G = \{x : Hx = 0\}$, где H – постоянная матрица. Систему (1) назовем *стабилизируемой* относительно подпространства G , если существует такое линейно зависящее от x управление $u = Qx$ (Q – постоянная матрица размера $r \times n$), что $Hx(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} 0$, где $x(t)$ – любое решение системы $\frac{dx}{dt} = Ax + BQx$.

Теорема: Для стабилизируемости системы $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$ относительно подпространства $G = \{x : Hx = 0\}$ необходимо и достаточно, чтобы либо $H^* \subset K^-$, либо существовали вектор c и неотрицательное число j такие, что $H^* \subset L\{c, A^*c, \dots, A^{*j}c\} + K^-$, причем $(c, A^kb) = 0$ ($0 \leq k < j$). $(c, A^jb) \neq 0$.

Здесь L – подпространство, натянутое на вектор-столбцы матрицы $(B, AB, \dots, A^{n-1}B)$. $L \neq R^n$, $R^n = L + L^\perp$. L^\perp можно представить в виде $L^\perp = K^- + K^+$, где K^- – подпространство, определяемое вещественными частями корневых векторов матрицы A^* из L^\perp .

Для линейной управляемой системы

$$\dot{x}_1 = 2x_1 - x_2 + u, \quad \dot{x}_2 = 3x_1 - 2x_2 + u$$

исследована возможность стабилизации. Управление имеет вид:

$$u(x) = \frac{1}{(c, b)} [-(c, Ax) - \gamma_1(c, x)] = \frac{1}{3}(-9x_1 + 3x_2).$$

Общее решение:

$$x_1 = x_1^0 e^{-t}, \quad x_2 = x_2^0 e^{-t},$$

где $x_1^0 = x_1(0)$, $x_2^0 = x_2(0)$. Тогда $Hx = e^{-t}(2x_1^0 + x_2^0) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Система имеет реализацию в программе Maple, где коэффициенты матрицы A меняются на отрезке $[-1, 1]$.

Литература

1. Коробов В.И., Луценко А.В., Подольский Е.Н. Стабилизация линейной автономной системы относительно подпространства / 1975. С.117-122.
2. Коробов В.И. Критерии управляемости линейной системы на подпространство // Вестник Харьковского университета. – 1981. – №221, Вып.46г.