

УДК 532.546

## О РАСЧЕТЕ ИНТРУЗИИ В ПРИБРЕЖНЫХ ЗОНАХ МОРСКОГО ДНА

Э.Н. Береславский\*, Д.А. Аракелян

Государственный университет гражданской авиации,  
г.Санкт-Петербург, ул. Пилотов, 36

Рассматривается модель движения пресных грунтовых вод в напорном водоносном трапецидальном пласте к морю с соленой водой. Для ее изучения формулируется и с применением метода П.Я. Полубариновой-Кочиной решается смешанная многопараметрическая краевая задача теории аналитических функций. На базе этой схемы разработан алгоритм расчета интрузии морских вод в пресноводный пласт в случае, когда его правая граница, моделирующая прибрежную зону морского дна, составляет с горизонтом произвольный угол. С помощью полученных точных аналитических зависимостей и численных расчетов приводится анализ характерных особенностей моделируемого процесса и влияния всех определяющих физических параметров на характер и степень интрузии.

### Введение

Общепринято [1–8], что при расчете течений в прибрежных морских зонах предполагается, что первоначально невозмущенная граница раздела между пресными и солеными водами всегда горизонтальна или вертикальна, вследствие чего потоки грунтовых вод поступают в море через его горизонтальное дно снизу (схема Бэра-Дагана [5]) или вертикальное дно (откос) сбоку (схема Полубариновой-Кочиной – Михайлова [8]). В работах [9, 10] рассматривается движение пресных грунтовых вод в полубесконечном напорном водоносном пласте к морю, прибрежная зона дна которого составляет с горизонтом произвольный угол. В настоящей статье изучается более общий случай, когда течение происходит через пласт, который имеет форму прямоугольной трапеции. По сравнению с [9, 10] фильтрационная схема в рассматриваемом случае значительно усложняется: наличие эквипотенциали, соответствующей левой вертикальной границе пласта, вносит в краевую задачу дополнительную подвижную особую точку, что увеличивает общее число неизвестных параметров конформного отображения. В результате возникает многопараметрическая краевая задача теории аналитических функций с неизвестной заранее свободной границей – линией раздела между пресными и солеными водами. Для ее решения используется метод П.Я.Полубариновой-Кочиной [1–4], который основан на применении аналитической теории линейных дифференциальных уравнений класса Фукса [9, 11–13]. Общее решение представлено в параметрической форме в виде интегралов от гипергеометрических функций и иррациональных множителей. На базе полученных точных аналитических зависимостей и численных расчетов приводится гидродинамический анализ влияния размеров пласта, плотностей фильтрующихся жидкостей и угла наклона прибрежной зоны морского дна на картину течения. Отмечаются решения для частных случаев течения [14], когда угол наклона равен прямому (схема Полубариновой-Кочиной – Михайлова) и развернутому (схема Бэра-Дагана). В первом случае гипергеометрические функции, входящие в решение, выражаются в полные эллиптические интегралы первого рода [15], во втором – в элементарные. Приводится решение задачи в предельном случае, когда подвижная угловая точка области течения удалается на бесконечность, что соответствует движению в полубесконечном пласте [9, 10].

\*beres@nwgsm.ru

### Постановка задачи и ее решение

Пресная вода плотностью  $\rho_1$ , движущаяся в прибрежном напорном водоносном пласте, имеющем форму прямоугольной трапеции, правая граница которого составляет с горизонтом произвольный угол  $\pi\nu$  ( $0 < \nu \leq 1$ ) и моделирует прибрежную зону дна моря с соленой водой плотностью  $\rho_2$  ( $\rho_2 > \rho_1$ ). При этом предполагается, что жидкости в пласте и море не смешиваются, так что в пласте у выхода в море образуется граница раздела в виде языка морской воды, отделяющая движущиеся пресные воды от покоящихся более тяжелых соленых вод (рис.1).

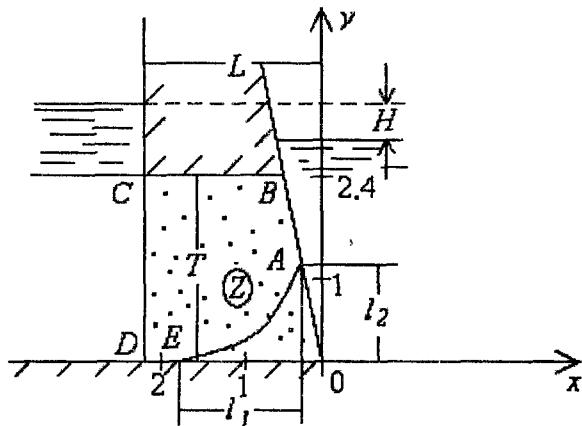


Рис.1. Форма течения, рассчитанная при  $L = 3.0, T = 2.4, H = 0.032, \rho = 0.01$  и  $\nu = 0.6$

При интенсивной эксплуатации, когда может нарушиться динамическое равновесие между пресными и солеными водами, возникает угроза внедрения морской воды в водоносный пласт: язык соленой воды, двигаясь в сторону суши, может достигнуть водозабора или источника. Поэтому определение положения линии раздела и, следовательно, размеров интрузии представляет большой практический интерес.

Предполагается, что обе жидкости являются несжимаемыми, грунт – однородный изотропный, а движение в нем грунтовых вод подчиняется закону Дарси [1, 3, 4] с постоянным коэффициентом фильтрации  $\chi$ . Мощность пласта  $T$ , ширина  $L$ , действующий напор  $H$ , параметры  $\nu$  и  $\rho = \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1$  считаются заданными.

Введем комплексный потенциал течения  $\omega = \varphi + i\psi$  ( $\varphi$  – потенциал скорости,  $\psi$  – функция тока) и комплексную координату  $z = x + iy$ , отнесенные соответственно к  $\chi T$  и  $T$ . При указанном на рис.1 выборе осей координат и совмещении плоскости сравнения потенциалов с плоскостью  $y = 0$  на границе области движения выполняются следующие краевые условия:

$$\begin{aligned} AB : \varphi &= \rho y, y = xtg\pi\nu, BC : \psi = Q, y = T, \\ CD : \varphi &= -H, x = -L, DE : \psi = 0, y = 0, \\ EA : \varphi &= \rho y, \psi = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $Q$  – фильтрационный расход, также отнесенный к  $\chi$ . Задача состоит в определении положения координат точек линии раздела  $AE$  и, следовательно, ширины  $l_1$  и высоты  $l_2$  языка соленой воды, вторгшегося в пресноводный пласт  $OBCD$ .

Для решения задачи вводится вспомогательная переменная  $\zeta$ , функция  $z(\zeta)$ , конформно отображающая верхнюю полуплоскость  $\zeta$  на область  $z$  (соответствие точек указано на рис. 2а) и производные

$$Z = \frac{dz}{d\zeta}, F = \frac{d\omega}{d\zeta}. \quad (2)$$

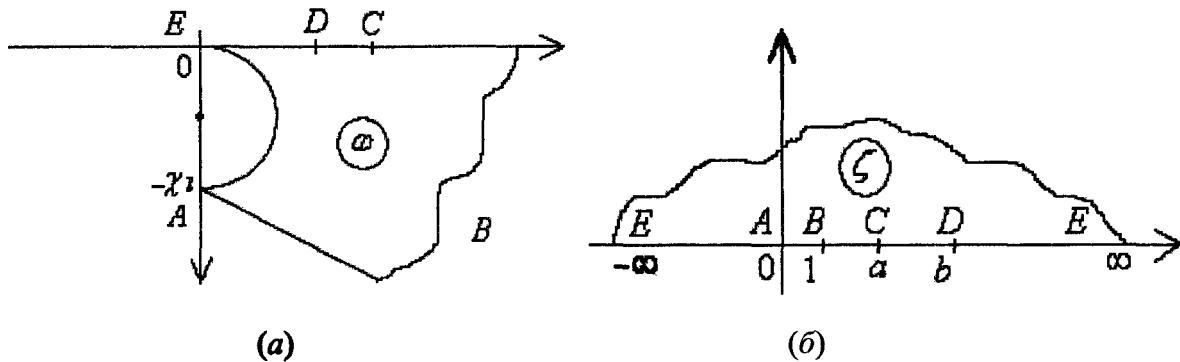


Рис.2. Области вспомогательной переменной (a)  
и комплексной скорости (б)

Функции (2) являются линейными комбинациями двух ветвей следующей функции Римана [3, 11, 12]:

$$\begin{aligned} P & \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & a & b & \infty \\ 0 & -0.5 & -0.5 & -0.5 & 2 & \zeta \\ 0.5-\nu & \nu-1 & 0.5 & 0.5 & 2 & \end{array} \right\} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{(a-\zeta)(b-\zeta)(1-\zeta)^{1-\nu}}} P \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & \infty \\ 0 & 0 & \nu & \zeta \\ 0.5-\nu & 0.5-\nu & \nu & \end{array} \right\} = \\ & = \frac{Y}{\Delta(\zeta)}, \Delta(\zeta) = \sqrt{(a-\zeta)(b-\zeta)(1-\zeta)^{1-\nu}} \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь параметры  $a$  и  $b$  ( $1 < a < b < \infty$ ) – преобразы угловых точек  $C$  и  $D$  области течения на плоскости  $\zeta$  при конформном отображении функцией  $z(\zeta)$ .

Из соотношения (3) видно, что, во-первых, точки  $\zeta = a$  и  $\zeta = b$  являются обычными точками для функции  $Y$  и, во-вторых, символ Римана, стоящий в правой части (3) и содержащий три особые точки  $0, 1$  и  $\infty$ , имеет тот же вид, что и ранее [9, 10]. Поэтому дифференциальное уравнение класса Фукса, а следовательно, и фундаментальная система решений в окрестности особой точки  $\zeta = 1$  сохраняют свой прежний вид:

$$\begin{aligned} & \zeta(1-\zeta)Y'' + (0.5+\nu-(1+2\nu)\zeta)Y' - \nu^2 Y = 0, \\ & Y_1(\zeta) = F(\nu, \nu, 0.5+\nu, 1-\zeta), \\ & Y_2(\zeta) = (1-\zeta)^{0.5-\nu} F(0.5, 0.5, 1.5-\nu, 1-\zeta). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь

$$F(\alpha, \beta, \gamma, u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(n+\alpha)\Gamma(n+\beta)\Gamma(\gamma)}{n! \Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(n+\gamma)} u^n \quad (5)$$

есть гипергеометрическая функция Гаусса [15, 16],  $\Gamma(u)$  – эйлеров интеграл второго рода [15, 16].

Принимая во внимание то, что область комплексной скорости  $w = \frac{d\omega}{dz} = \frac{F}{Z}$  (рис. 2, б), соответствующая граничным условиям (1), совпадает с таковой для случая [9, 10]:

$$w = \rho \operatorname{tg} \pi \nu \left( 1 - A \frac{Y_2(\zeta)}{Y_1(\zeta)} \right), A = \frac{\operatorname{tg} \pi \nu \Gamma^2(1-\nu)}{\Gamma(1.5-\nu) \Gamma(0.5-\nu)} \quad (6)$$

и учитывая соотношение (3), найдем параметрическое решение исходной краевой задачи

$$F = M \rho \operatorname{tg} \pi \nu \frac{e^{\pi \nu t} Y_1(\zeta) - i A Y_2(\zeta)}{\Delta(\zeta)}, Z = M e^{\pi \nu t} \frac{Y_1(\zeta)}{\Delta(\zeta)}, \quad (7)$$

где  $M > 0$  – масштабная постоянная моделирования.

Интегрируя (7) по контуру вспомогательной переменной  $\zeta$ , получим выражения для геометрических и фильтрационных характеристик модели  $T, L, H, Q, l_1$  и  $l_2$ . Вычислительная сложность задачи заключается в том, что подынтегральные функции, входящие в эти выражения, имеют особенности в точках  $\zeta = 0, 1, a, b$  и  $\infty$  и, кроме того, они бесконечны на пределах интегрирования.

Для дальнейшего удобно перейти от параметров конформного отображения  $a$  и  $b$  к новым параметрам по формулам:

$$\beta = \frac{1}{a}, \alpha = \frac{1}{b} \quad (0 < \alpha \leq \beta \leq 1),$$

ввести обозначения

$$\alpha_1 = 1 - \alpha, \beta_1 = 1 - \beta, C = 2M \sqrt{\alpha \beta}, B = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(0.5 + \nu)}{\Gamma(\nu)}$$

и заменить  $\zeta$  соответствующими выражениями для различных интервалов, делающими подынтегральные функции в указанных выражениях конечными на пределах интегрирования:

$$\begin{aligned} \zeta = \tau & \quad (0 < \zeta < 1) \quad \tau = \sin^2 t, \quad \zeta = 1 - \frac{1}{\tau} \quad (-\infty < \zeta < 0) \quad \tau = \cos^2 t; \quad \zeta = \frac{1}{\tau} \quad (1 < \zeta < a) \quad \tau = \beta + \beta_1 \sin^2 t, \\ & \quad (a < \zeta < b) \quad \tau = \alpha + (\beta - \alpha) \sin^2 t, \quad (b < \zeta < \infty) \quad \tau = \alpha \sin^2 t. \end{aligned}$$

В результате приходим к следующим итоговым расчетным зависимостям:

$$\begin{aligned} \frac{C}{\beta_1^{0.5-\nu}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(\nu, 0.5, \nu + 0.5, \beta_1 \cos^2 t) dt}{\Delta_1(t)} - T \operatorname{ctg} \pi = L, \\ (8) \end{aligned}$$

$$\frac{CB\rho}{\beta_1^{0.5-\nu}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(\nu, 0.5, 1, \beta + \beta_1 \sin^2 t) dt}{\Delta_1(t)} = H,$$

$$\Delta_1(t) = \sqrt{\beta - \alpha + \beta_1 \sin^2 t} \cos^{1-2\nu} t;$$

$$C \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(\nu, 0.5, \nu + 0.5, \alpha_1 - (\beta - \alpha) \sin^2 t) dt}{\Delta_2(t)} = T, \quad (9)$$

$$CB\rho \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(\nu, 0.5, 1, \alpha + (\beta - \alpha) \sin^2 t) dt}{\Delta_2(t)} = Q, \quad (10)$$

$$\Delta_2(t) = (\alpha_1 - (\beta - \alpha) \sin^2 t)^{1-\nu};$$

$$C \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(\nu, 0.5, \nu + 0.5, \sin^2 t) \sin t \cos t dt}{\Delta_3(t)} = l_1, \quad (11)$$

$$CB \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(\nu, 0.5, 1, \cos^2 t) \sin t \cos t dt}{\Delta_3(t)} = l_2,$$

$$\Delta_3(t) = \sqrt{(1 - \alpha_1 \sin^2 t)(1 - \beta_1 \sin^2 t)}.$$

$$\frac{CB\rho\sqrt{\pi}}{\Gamma(1.5-\nu)\Gamma(\nu)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(0.5, 0.5, 1.5-\nu, \sin^2 t) \sin^{2(1-\nu)} t dt}{\Delta_4(t)} = Q, \quad (12)$$

$$C \sin \pi \nu \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(\nu, \nu, 0.5+\nu, \cos^2 t) \sin t dt}{\Delta_4(t)} = T - l_2,$$

$$\Delta_4(t) = \sqrt{(1 - \alpha \sin^2 t)(1 - \beta \sin^2 t)} \cos^{1-2\nu} t;$$

$$C\sqrt{\alpha} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(\nu, 0.5, 0.5+\nu, 1 - \alpha \sin^2 t) \sin t dt}{\Delta_5(t)} = L - l_1 + l_2 \operatorname{ctg} \pi \nu, \quad (13)$$

$$CB\rho\sqrt{\alpha} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(0.5, \nu, 1, \alpha \sin^2 t) \sin t dt}{\Delta_5(t)} = H - \rho T,$$

$$\Delta_5(t) = \sqrt{(\beta - \alpha \sin^2 t)(1 - \alpha \sin^2 t)^{1-\nu}}.$$

Соотношения (8) – (13) содержат три неизвестные постоянные  $C, \alpha$  и  $\beta$ , для определения которых используются уравнения (8) – (9) для физических параметров модели  $L, H$  и  $T$ , после чего из выражений (10) – (11) вычисляются искомые фильтрационные характеристики  $Q, l_1$  и  $l_2$ . Представления (12) – (13) при этом служат контролем вычислений. Отметим, что в отдельные выражения (8) – (13) входит гипергеометрическая функция, параметры которой подчинены условию  $\gamma = \alpha + \beta$ , так что при вычислении соответствующих интегралов следует пользоваться следующим известным представлением [17] (с.306):

$$F(\alpha, \beta, \gamma, u) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(n + \alpha)\Gamma(n + \beta)}{(n!)^2} \bullet$$

$$\bullet [2\psi(n+1) - \psi(n+\alpha) - \psi(n+\beta) - \ln(1-u)](1-u)^n,$$

где  $\psi(u) = \frac{d \ln \Gamma(u)}{du}$  – логарифмическая производная Г-функции [17] (с.16).

### Предельные случаи

В случае, когда  $\nu = 0.5$ , что соответствует схеме Полубариновой-Кочиной – Михайлова [8], гипергеометрические функции, входящие в выражения (8) – (13), выражаются в эллиптические интегралы [15] (с.919, формула 8.113.1):

$$\frac{\pi}{2} F(0.5, 0.5, 1, \zeta) = K(\zeta), \quad \frac{\pi}{2} F(0.5, 0.5, 1, 1 - \zeta) = K'(\zeta),$$

где  $K(\zeta)$  – полный эллиптический интеграл первого рода, рассматриваемый как функция квадрата модуля  $k^2 = \zeta$ ,  $K'(\zeta) = K(1 - \zeta) = K(k'^2)$ ,  $k'^2 = 1 - \zeta$ .

Здесь  $B=1$  и выражения (8) – (13) совпадают с формулами (5) – (12) работы [14] в случае отсутствия слоя пресной воды над соленой (т.е. при  $t=T$  в обозначениях [4]).

В случае, когда  $\nu = 1$ , что соответствует схеме Бэра-Дагана [5], гипергеометрические функции выражаются в элементарные [15] (с.1055, формулы 9.121.7 и 9.121.25):

$$F(1, 0.5, 1.5, \zeta) = 0.5\zeta^{-0.5} \ln \frac{1 + \sqrt{\zeta}}{1 - \sqrt{\zeta}}, \quad F(1, 0.5, 1, \zeta) = \frac{1}{\sqrt{1 - \zeta}}.$$

Здесь  $B = 0.5\pi$  и выражения (8) – (13) совпадают с формулами (16) – (23) работы [14].

При слиянии угловых точек  $C$  и  $D$  плоскости  $z$ , что соответствует значениям параметров  $a=b$ ,  $\alpha=\beta$  и отвечает течению в полубесконечном пласте, получаются результаты работ [9, 10].

### Расчет схемы течения и анализ численных результатов

На рис.1 изображена картина течения, рассчитанная при  $L = 3.0, T = 2.4, H = 0.032, \rho = 0.01$  и  $\nu = 0.6$  (базовые значения). Результаты расчетов влияния определяющих физических параметров  $L, T, H, \rho$  и  $\nu$  на расход  $Q$  приведены в табл.1 и 2. В каждом из блоков таблиц варьируется один из указанных параметров, а значения остальных фиксируются базовыми. На рис.3 сплошными и штриховыми линиями представлены зависимости величин  $l_1$  (кривые 1) и  $l_2$  (кривые 2) соответственно от параметров  $L, T, H, \rho$  и  $\nu$ .

Анализ данных таблиц и графиков приводит к следующим выводам.

Увеличение размеров пласта, плотности соленых вод и уменьшение напора увеличивают размеры языка. При этом обращает на себя внимание одинаковый качественный характер зависимостей величин  $l_1$ ,  $l_2$  и  $Q$  от параметров  $L$  и  $\rho$ : увеличение параметров  $L$  и  $\rho$  приводит к росту размеров  $l_1$  и  $l_2$  (рис.3, а и б) и падению расхода  $Q$  (табл.1). Так, при изменении ширины  $L$  в 4 раза величины  $l_1$  и  $l_2$  возрастают на 718% и 483% соответственно, а расход убывает на 87%. При этом относительные размеры языка могут быть весьма значительными: при  $\rho = 0.012$  и  $L = 4$  имеем  $l_1 = 1.8793$  и  $l_2 = 1.5845$ , т.е. ширина и высота языка могут достигать 63.6% и 66% от ширины и мощности пласта.

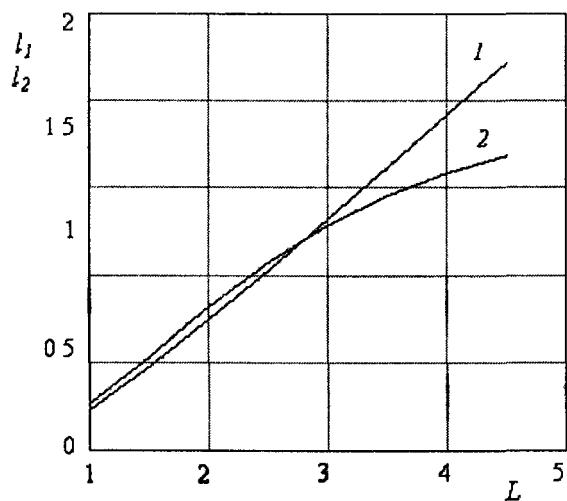
Из рис. 3,а и 3,в видно, что зависимости  $l_1$  от  $L$  и  $l_2$  от  $T$  являются почти линейными. Заметно также (рис. 3, а – г), что в случае малых значений параметров  $L$ ,  $\rho$ ,  $T$  и больших значений  $H$  выполняется неравенство  $l_1 < l_2$ . И наоборот, для больших значений  $L$ ,  $\rho$ ,  $T$  и малых  $H$  имеем  $l_1 > l_2$ .

Существенное влияние на степень интрузии оказывает величина угла  $\nu$ , причем наиболее значительные изменения наблюдаются при малых значениях  $\nu$  (рис. 3, д). Так, при изменении параметра  $\nu$  в 7 раз высота языка и расход (табл.2) увеличиваются на 1172% и 336% соответственно. Из рис. 3, д заметно, что изменения ширины и высо-

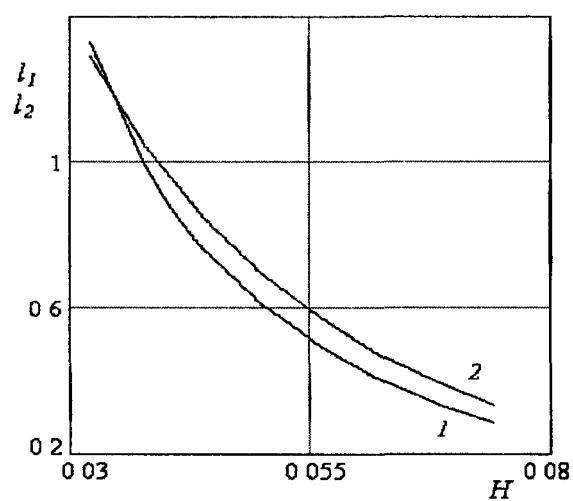
ты языка от угла носят немонотонный характер, причем наибольшее значение – величина  $l_1$  – достигает при  $\nu = 0,3$ , а величина  $l_2$  – при  $\nu = 0,61$ .

### Заключение

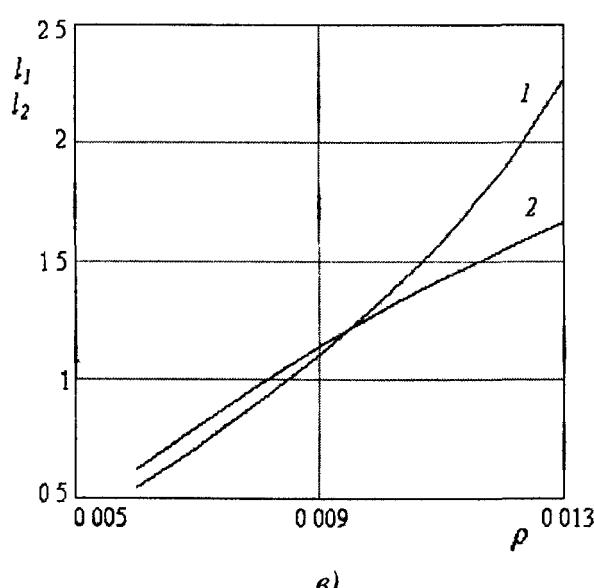
Построено новое точное аналитическое решение задачи об интрузии в трапециoidalном водоносном пласте, правая граница которого моделирует прибрежную часть морского дна и составляет произвольный угол с горизонтом. Посредством численных расчетов установлено, что увеличение размеров пласта, плотности соленых вод и угла наклона прибрежной зоны морского дна и уменьшение напора приводят к росту размеров языка соленой воды, вторгающегося в пресноводный пласт. Из общего решения как частные и предельный случаи получаются результаты для случаев течения по схемам Полубариновой-Кочиной – Михайлова и Бэра-Дагана, а также в полубесконечном пласте.



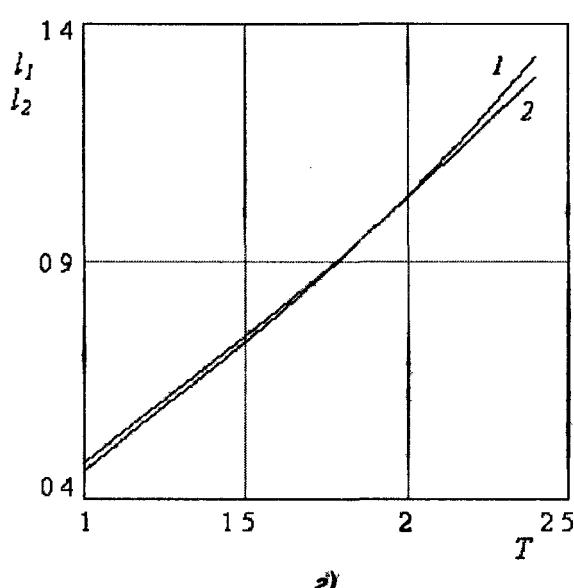
a)



б)



в)



г)

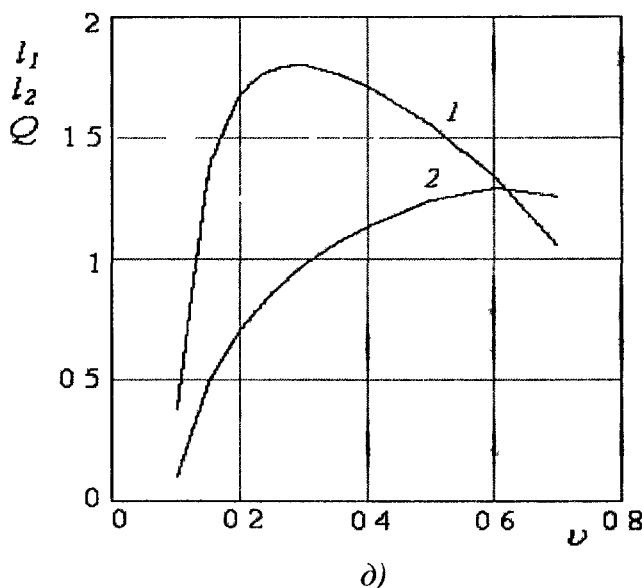


Рис.3. Зависимость  $l_1$  и  $l_2$  от  $L$  (а),  $\rho$  (б),  $T$  (в),  $H$  (г),  $v$  (д) ( $L = 30, T = 24, H = 0.032, \rho = 0.01$  и  $v = 0.6$ ): 1 соответствует  $l_1$ , 2 –  $l_2$

#### Литература

1. Полубаринова-Кочина, П.Я. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод / П.Я. Полубаринова-Кочина. – М.;Л. : Изд–во АН СССР, 1942.
2. Полубаринова-Кочина, П.Я. О линзе пресной воды над соленой водой / П.Я. Полубаринова-Кочина // ПММ. – 1956. – Т. 20. – Вып. 3. – С. 418–420.
3. Полубаринова-Кочина, П.Я. Теория движения грунтовых вод / П.Я. Полубаринова-Кочина. – М. : Гостехиздат, 1952. – 676 с.
4. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод / П.Я. Полубаринова-Кочина. – 2-е изд. – М. : Наука, 1977. – 664 с.
5. Полубаринова-Кочина, П.Я. Гидродинамика и теория фильтрации. Избранные труды / П.Я. Полубаринова-Кочина. – М. : Наука, 1991. – 352 с.
6. Бэр, Я. Физико-математические основы фильтрации воды / Я. Бэр, Д. Заславский, С. Ирмей. - М. : Мир, 1971, – 452 с.
7. Фролов, А.П. Проникновение соленой воды в пресноводные прибрежные горизонты / А.П. Фролов, М.Г. Хубларян // Водные ресурсы. - 1986. – №2. – С. 58–63.
8. Хубларян, М.Г. Моделирование процессов интрузии в эстуариях и подземных пресноводных горизонтах / М.Г. Хубларян, А.П. Фролов. – М. : Наука, 1989. - 143 с.
9. Михайлов, Г.К. Строгое решение задачи об истечении грунтовых вод из горизонтального пласта в бассейн с более тяжелой жидкостью / Г.К. Михайлов // Докл. АН СССР. - 1956. – Т. 110, №6. – С. 945–948.
10. Береславский, Э.Н. Математическое моделирование интрузии морских вод в прибрежных зонах / Э.Н. Береславский, Д.А. Аракелян // Мат. моделирование в образовании, науке и промышленности :сб. науч. тр. – СПб. : Санкт-Петербургское отделение МАН ВШ, 2005. – 120 с.
11. Береславский, Э.Н. К вопросу об интрузии морских вод в прибрежные пресноводные горизонты / Э.Н. Береславский, Д.А. Аракелян // Научные ведомости БелГУ. Серия физико-математ. – 2005. – №2 (22). – С. 158–165.
12. Голубев, В.В. Лекции по аналитической теории линейных дифференциальных уравнений / В.В. Голубев. – М.; Л. : Гостехиздат, 1950. – 436 с.
13. Еругин, Н.П. Проблема Римана / Н.П. Еругин. – Минск : Наука и техника, 1982.

14. Кочина, П.Я., Аналитическая теория линейных уравнений класса Фукса и некоторые задачи подземной гидромеханики / П.Я. Кочина, Э.Н Береславский, Н.Н. Кочина. Ч. 1. М.; 1996 (Препр. ин–т проблем механики РАН, № 567). 122с.
15. Береславский, Э.Н. Математическое моделирование интрузии морских вод в прибрежные пресноводные горизонты / Э.Н. Береславский // ИФЖ. – 2006. – Т. 79, № 5. – С. 126-134.
16. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М. : Наука, 1991. – 1108 с.
17. Бейтмен, Г. Высшие трансцендентные функции. Функция Лежандра / Г. Бейтмен, А. Эрдейн. – М. : Наука, 1973. – 294 с.
18. Лебедев, Н.Н. Специальные функции и их приложения / Н.Н. Лебедев. – М.; Л. : ГИФМЛ, 1963. – 358 с.

Таблица 1

Результаты расчетов значений  $Q$  при варьировании  $L, \rho, T$  и  $H$ 

$L$	$Q$	$T$	$Q$	$\rho$	$Q$	$H$	$Q$
1	0,1123	1,0	0,0098	0,006	0,0245	0,032	0,0204
2	0,0342	1,2	0,0116	0,008	0,0225	0,044	0,0320
3	0,0204	1,6	0,0149	0,011	0,0193	0,056	0,0434
4	0,0145	2,0	0,0179	0,012	0,0182	0,068	0,0548

Таблица 2

Результаты расчетов значений  $Q$  при варьировании  $v$ 

$v$	$Q$
0,1	0,0067
0,2	0,0089
0,3	0,0111
0,4	0,0132
0,5	0,0160
0,6	0,0204
0,7	0,0312

## ABOUT CALCULATION OF INTRUSION INTO THE COAST AREA OF THE SEABED

E.N. Bereslavskiy, D.A. Arakelyan

The Saint-Petersburg state university of civil aviation, 36, Saint-Petersburg, Russia

The work is dedicated to study seawater's intrusion in pressure watercarrying layer, having the form of square-wave trapezoid, ruling border of which prototypes the coast area of the seabed and forms the free corner with horizon. Basing at the exact analytical dependencies and the numerical calculationis we have got the hidrodinamical analysis of the influence all physical parameters to models on picture of the current.