

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ КОМБИНИРОВАННОЙ ОБРАБОТКИ СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ С ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

**С.П. БЕЛОВ**  
**Д.Н. УШАКОВ**  
**И.А. СТАРОВОЙТ**

Белгородский  
государственный  
университет

e-mail: [Belov@bsu.edu.ru](mailto:Belov@bsu.edu.ru)

Статья посвящена оценке возможностей применения в многоканальных системах мобильной связи с кодовым разделением адресов корреляционно-фильтрового метода приема сложных сигналов, полученных в результате внутриимпульсной модуляции по фазе по закону псевдослучайной последовательности (ПСП) линейно-частотно модулированного (ЛЧМ) радиоимпульса (ЛЧМ – ФМ сигналы).

Ключевые слова: сложные сигналы, информационно-телекоммуникационные системы, корреляционно-фильтровой метод приема, функция неопределенности, оптимальный фильтр.

## Введение

В настоящее время наблюдается устойчивая тенденция роста числа абонентов, пользующихся услугами мобильной связи. Это обстоятельство приводит к необходимости поиска путей эффективного использования канальных ресурсов, выделенных каждому оператору для организации информационного обмена между абонентами внутри сети. Рационального использования выделенного радиочастотного ресурса можно достичь, как указано в [1-3], посредством применения многоканальных систем связи с кодовым разделением адресов, так как в этом случае предоставляется возможность многократного использования одних и тех же частот в сети. Однако реализация преимуществ указанного вида систем в значительной степени зависит от выбранного класса сигналов и метода их обработки. В [4] показано, что в многоканальных мобильных системах связи с кодовым разделением адресов целесообразно использовать ЛЧМ-ФМ сигналы, так как при отношениях базы ЛЧМ радиоимпульса к базе ПСП больше единицы они обладают свойством инвариантности к доплеровскому рассогласованию по частоте и большим объемом слабокоррелированных форм.

Анализ существующих методов обработки сложных сигналов позволил установить, что существующие варианты оптимального приема основываются на применении корреляционных схем или согласованных фильтров. Однако при больших базах сигналов возрастают трудности их обработки традиционными способами. Основываясь на вышесказанном при разработке устройств приема сложных сигналов с большими энергетическими и структурными базами целесообразно использовать комбинированный метод их обработки [5]. Этот метод применим в случае, если обрабатываемые классы сигналов получены в результате произведения двух функций:

$$X(t) = x_1(t) * x_2(t).$$

Как известно [4], ЛЧМ-ФМ сигналы, описываемые выражением вида:

$$S(t) = \begin{cases} S_0 \cdot \sum_{l=1}^N v_l \cdot \text{rect} \left\{ \frac{t - (l-1) \cdot \tau_{\Sigma} - \frac{T}{2} - \frac{\tau_{\Sigma}}{2}}{\tau_{\Sigma}} \right\} \cdot \exp \left( j \mu \frac{t^2}{2} \right); & \text{при } |t| \leq \frac{T}{2}, \\ 0; & \text{при других } t \end{cases} \quad (1)$$

где  $S_0$  – амплитуда огибающей сигнала, в дальнейшем постоянная величина, равная 1,  $\mu$  – крутизна модуляционной характеристики ЛЧМ радиоимпульса (скорость изменения частоты), связанная с девиацией частоты  $\Delta F$  и длительностью сигнала  $T$  соотношением:

$$\mu = \frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta F}{T},$$

$\text{rect}(x)$  – прямоугольная «срезающая» функция, задаваемая выражением:

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } |x| \leq \frac{1}{2}; \\ 0, & \text{при } |x| > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$\tau_0$  – длительность элемента кодирующей последовательности;  
 $N$  – количество элементов в кодирующей последовательности;

$v_l$  – коэффициент, характеризующий состояние кодирующей последовательности, принимает значения +1 или -1 представляют собой результат умножения ЛЧМ радиоимпульса на ПСП и, следовательно, их можно обрабатывать комбинированным способом.

В связи с этим представляется интересным проанализировать изменения выходного эффекта оптимального приемника, используя комбинированный метод обработки при воздействии на его вход указанного выше сигнала, имеющего рассогласование с опорным по частоте и задержке.

### Математические основы

Согласно методике, предложенной в [5], вычисление функции неопределенности (ФН) при рассматриваемом способе обработки производится в два этапа. В начале принимаемый сигнал непосредственно умножается на опорную ПСП, а затем полученное колебание

$$S_1(t) = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N v_l v_m \text{rect} \left\{ \frac{t - (l-1)\tau_0 + \frac{T}{2} - \frac{\tau_0}{2}}{\tau_0} \right\} \text{rect} \left\{ \frac{t - (m-1)\tau_0 + \frac{T}{2} - \frac{\tau_0}{2} - \tau_1}{\tau_0} \right\} \exp \left( j\mu \frac{t^2}{2} \right), \quad (2)$$

здесь:  $\tau_1$  – задержка в перемножителе между принимаемым сигналом и опорной ПСП; подается на линейный оптимальный фильтр, согласованный с ЛЧМ радиоимпульсом. В результате на выходе этого фильтра вырабатывается напряжение, математически описываемого выражением вида:

$$X(\tau, F_0) = \frac{1}{2E} \int_{\frac{T}{2} + \tau}^{\frac{T}{2}} \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N v_l v_m \text{rect} \left\{ \frac{t - (l-1)\tau_0 + \frac{T}{2} - \frac{\tau_0}{2}}{\tau_0} \right\} \text{rect} \left\{ \frac{t - (m-1)\tau_0 + \frac{T}{2} - \frac{\tau_0}{2} - \tau_1}{\tau_0} \right\} \exp \left( j\mu \frac{t^2}{2} \right) * \\ * \exp \left( j\mu \frac{(t - \tau_2)^2}{2} \right) \exp(j2\pi F_0 t) dt, \quad (3)$$

здесь:  $\tau_2$  – задержка в оптимальном линейном фильтре.

Полагая далее, что:

$\tau_1 = p\tau_0 + \theta$ ,  $p = \pm(0, 1, 2, \dots, N-1, N)$ ,  $0 \leq |\theta| \leq \tau_0$ ;  $\tau_2 = q\tau_0 + \eta$ ,  $q = \pm(0, 1, 2, \dots, N-1, N)$ ,  $0 \leq |\eta| \leq \tau_0$ ;  
и используя методику, аналогичную приведенной в [1], для случая  $q \geq 0$ ;  $p > q$ ;  $\eta \geq 0$ ;  $\theta > \eta$ .

После ряда преобразований получим:

$$X(\tau, F_0) = \frac{2}{T} \exp \left( j \left( (2\pi F_0 + \mu(q\tau_0 + \eta)) \left( -\frac{T}{2} + p\tau_0 + \frac{\theta}{2} \right) - \frac{\mu(q\tau_0 + \eta)^2}{2} \right) \right) \frac{1}{2\pi F_0 + \mu(q\tau_0 + \eta)} * \\ * \left\{ \sum_l^{N-p} v_l v_{l+p} * \exp \left( j(2\pi F_0 + \mu(q\tau_0 + \eta)) \frac{2l-1}{2} \tau_0 \right) \sin \left( (2\pi F_0 + \mu(q\tau_0 + \eta)) \frac{\tau_0 - \theta}{2} \right) + \right. \\ \left. + \sum_l^{N-p} v_l v_{l+p} * \exp(j(2\pi F_0 + \mu(q\tau_0 + \eta)) l \tau_0) \sin \left( (2\pi F_0 + \mu(q\tau_0 + \eta)) \frac{\theta}{2} \right) \right\}. \quad (4)$$

Аналогичное выражение получается и при  $q < 0$ ;  $p < q$ ;  $\eta < 0$ ;  $\theta < \eta$ .

Окончательно огибающая выходного эффекта оптимального приемника в математической форме может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned}
|X(\tau, F_a)| = & \frac{1}{N} \left[ \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)} \left(1 - \frac{|\theta|}{\tau_y}\right) \sum_{l=1}^{N-|p|} v_l v_{l+p} \cos\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(2l-1)\tau_y\right) + \right. \\
& \left. + \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}|\theta|\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}|\theta|} \frac{|\theta|}{\tau_y} \sum_{l=1}^{N-|p|-1} v_l v_{l+p+1} \cos\left((2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|))l\tau_y\right) \right]^2 + \\
& + \left[ \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)} \left(1 - \frac{|\theta|}{\tau_y}\right) \sum_{l=1}^{N-|p|} v_l v_{l+p} \sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(2l-1)\tau_y\right) + \right. \\
& \left. + \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}|\theta|\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}|\theta|} \frac{|\theta|}{\tau_y} \sum_{l=1}^{N-|p|-1} v_l v_{l+p+1} \sin\left((2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|))l\tau_y\right) \right]^2 \Bigg\}^{1/2}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Из (5) видно, что при обработке ЛЧМ-ФМ сигналов комбинированным способом необходимо учитывать влияние на огибающую выходного эффекта приемного устройства как задержку в множителе, так оптимальном линейном фильтре. Рассмотрим несколько практически важных случаев. Так при временном сдвиге между выходным сигналом и опорной ПСП в пределах  $\tau_y$  огибающая напряжения на выходе устройства обработки будет изменяться в соответствии с выражением:

$$|X(\tau, F_a)| = \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)} \left(1 - \frac{|\theta|}{\tau_y}\right) \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}N\tau_y\right)}{N \sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}\tau_y\right)}. \tag{6}$$

Легко показать, что при  $\theta \ll \tau_y$  изменение огибающей напряжения может быть представлена следующим образом:

$$|X(\tau, F_a)| = \left(1 - \frac{|\theta|}{\tau_y}\right) \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}T\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}T}. \tag{7}$$

Отметим, что при отсутствии частотных и временных рассогласований закон изменения выходного эффекта полностью определяется структурой и длиной ПСП и в этом случае описывается выражением вида:

$$|X(\tau, F_a)| = \left(1 - \frac{|\theta|}{\tau_y}\right) \sum_{l=1}^{N-|p|} v_l v_{l+|p|} + \frac{|\theta|}{\tau_y} \sum_{l=1}^{N-|p|-1} v_l v_{l+|p|+1} \tag{8}$$

### **Результаты вычислительных экспериментов**

На основании расчетов по формуле (5) были построены графические зависимости огибающих выходных эффектов корреляционно-фильтрующего приемника при произвольных временных сдвигах ( $\tau_1, \tau_2$ ) и рассогласовании по частоте, которые представлены ниже.

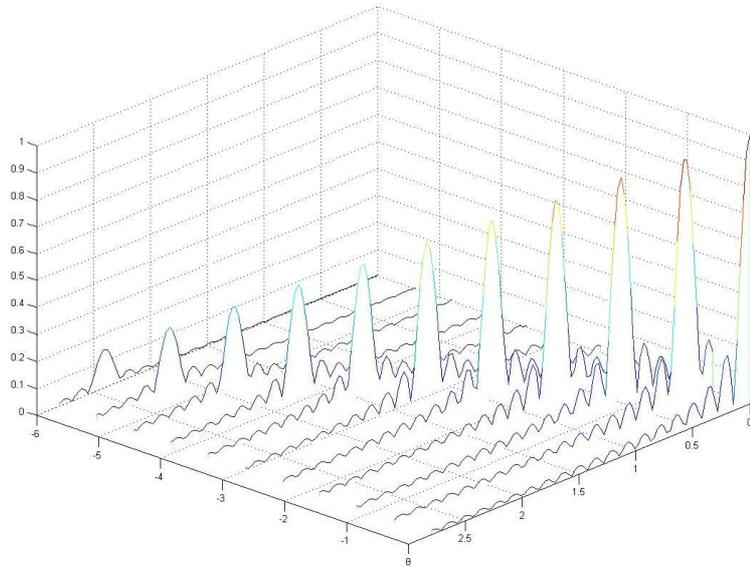


Рис. 1. Функция неопределенности ЛЧМ ФМ радиосигнала при  $N = 31$ ;  $\Delta F = 700$  кГц;  $T = 28$  мкс,  $\tau_1 = 0$

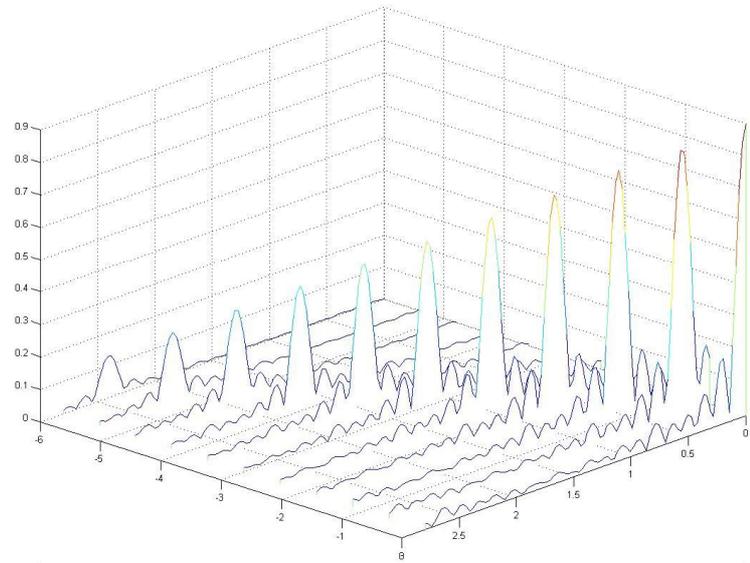


Рис. 2. Функция неопределенности ЛЧМ ФМ радиосигнала при  $N = 31$ ;  $\Delta F = 700$  кГц;  $T = 28$  мкс,  $\tau_1 = \frac{\tau_3}{10}$

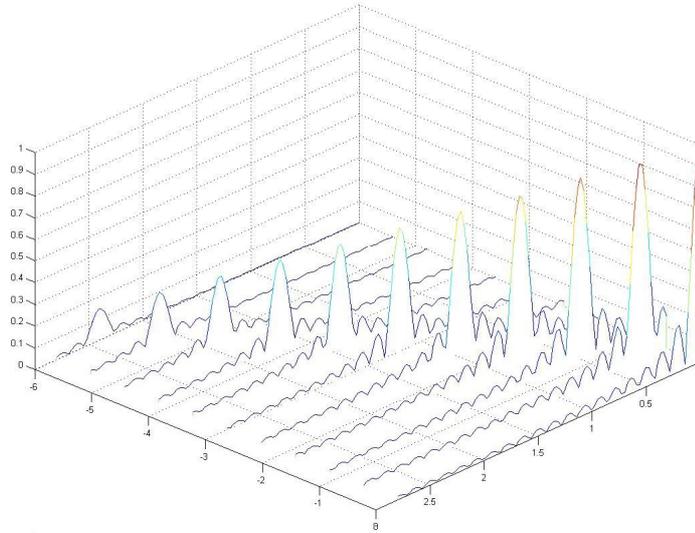


Рис. 3. Функция неопределенности ЛЧМ ФМ радиосигнала при  $N = 511; \Delta F = 700 \text{ кГц}; T = 28 \text{ мкс}, \tau_1 = 0$

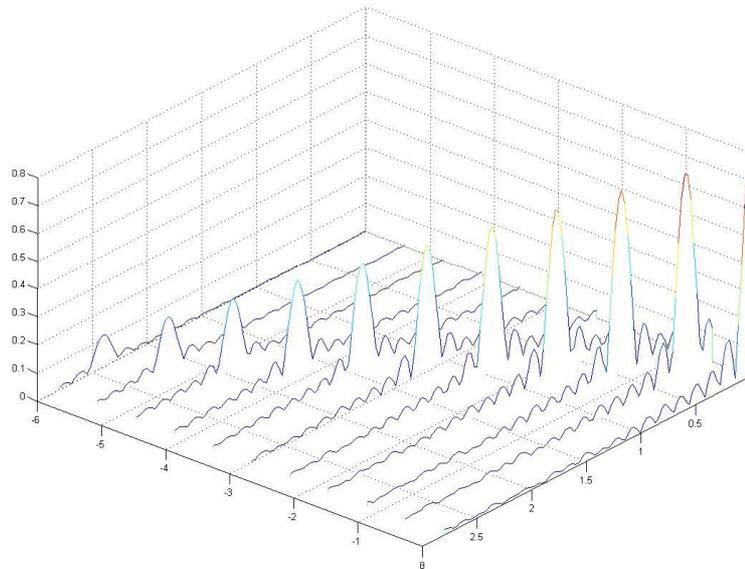


Рис. 4. Функция неопределенности ЛЧМ ФМ радиосигнала при  $N = 511; \Delta F = 700 \text{ кГц}; T = 28 \text{ мкс}, \tau_1 = \frac{\tau_2}{5}$

Откуда видно, что при отсутствии временного сдвига между входным сигналом и опорной ПСП  $\tau_1 = 0$  центрального пика огибающей выходного эффекта в ожидаемом диапазоне доплеровского рассогласования частоты весьма незначительно, при различных  $\Delta F * T$ , а изменение формы боковых лепестков определяется функцией  $\sin(x)/x$  и не зависит от длины и структуры псевдослучайной последовательности.

При изменении  $0 \leq \tau_1 \leq \tau_y$ , форма огибающей выходного эффекта также определяется функцией вида  $\sin(x)/x$  и не зависит как от структуры и длины ПСП, так и от величины базы ЛЧМ радиоимпульса. Однако в этом случае амплитуда главного максимума отлична от единицы и её значения определяются величиной  $\tau_1$ . Так при  $\tau_1 = 0,1 * \tau_y$  её максимальное значение ( $\max$ ) равно 0,9; а при  $\tau_1 = 0,2 * \tau_y$   $\max=0,8$ .

Аналогичная закономерность амплитуды главного максимума наблюдается и при  $F_a \neq 0$ . Так при  $F_a = -30eA\sigma; \tau_1 = 0; \max = 0,98$ , а при  $F_a = -30eA\sigma; \tau_1 = 0,2 * \tau_y; \max = 0,78$ .

Такое изменение огибающей выходного эффекта связано с тем, что при отсутствии точной синхронизации происходит «неполное» снятие фазовой манипуляции у входящего ЛЧМ-ФМ сигнала и, следовательно, на вход фильтра рассматриваемого приемника поступает искаженный (несогласованный с фильтром) ЛЧМ радиоимпульс. Величина этих искажений и, как следствие, величина амплитуды главного максимума, определяется точностью совпадения принимаемого сигнала с опорной ПСП.

При  $\tau_1 \gg 0,1 * \tau_y$  вид огибающей выходного эффекта непосредственно зависит от типа ПСП и имеет шумоподобную структуру. В этом случае изменение напряжения на выходе корреляционно-фильтрового приемника соответствует изменению боковых лепестков ФН.

Перейдем к анализу огибающих выходного эффекта (функции взаимной неопределенности (ФВН)) рассматриваемого приемного устройства при воздействии на его вход ЛЧМ-ФМ не согласованного с опорной ПСП по структуре. В математической форме огибающую ФВН в этом случае можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned}
 |X_{i,j}(\tau, F_a)| = \frac{1}{N} & \left[ \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)} \left(1 - \frac{|\theta|}{\tau_y}\right) * \sum_{l=1}^{N-|p|} v_l^i v_{l+p}^j \cos\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(2l-1)\tau_y\right) + \right. \\
 & + \left. \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}|\theta|\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}|\theta|} \frac{|\theta|}{\tau_y} * \sum_{l=1}^{N-|p|-1} v_l^i v_{l+p+1}^j \cos((2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|))\tau_y) \right]^2 + \\
 & + \left[ \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(\tau_y - |\theta|)} \left(1 - \frac{|\theta|}{\tau_y}\right) * \sum_{l=1}^{N-|p|} v_l^i v_{l+p}^j \sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}(2l-1)\tau_y\right) + \right. \\
 & + \left. \frac{\sin\left(\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}|\theta|\right)}{\frac{2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|)}{2}|\theta|} \frac{|\theta|}{\tau_y} * \sum_{l=1}^{N-|p|-1} v_l^i v_{l+p+1}^j \sin((2\pi F_a + \mu(|q|\tau_y + |\eta|))\tau_y) \right]^2 \Bigg]^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Анализ расчетов проведенных по формуле (9) позволил установить, что максимальный уровень огибающей выходного эффекта рассмотренного приемника при произвольных временных  $(\tau_1, \tau_2)$  и частотных рассогласованиях входного сигнала находятся в пределах  $(1,5 - 4,3) * \sqrt{N}$ , то есть не зависит от базы ЛЧМ радиоимпульса и в основном определяется длиной и типом ПСП.

### **Заключение**

Таким образом на основании проведенных исследований можно сделать вывод, что применение комбинированного способа обработки ЛЧМ-ФМ сигнала в радиосистемах с доплеровским рассогласованием по частоте при временных сдвигах между входным сигналом и опорной КП в пределах  $0 \leq \tau_1 \leq \tau_y / 3$  позволяет обеспечить

$$\frac{\Delta F * T}{N}$$

качественный прием информации при любых отношениях  $N$ . Кроме того  $\max$  ФВН незначителен. Следовательно, корреляционно-фильтровой метод обработки ЛЧМ-ФМ

сигнала может быть применен в системах с многоосновным кодированием или с кодовым разделением адресов.

### Литература

1. Тузов Г.И. Статистическая теория приема сложных сигналов. – М.: «Сов. радио», 1977. – 400 с.
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
3. Маковеева М.М., Шинаков Ю.С. Системы связи с подвижными объектами: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 2002. – 440 с.: ил.
4. Жиликов, Е.Г. Возможность применения одного класса сложных сигналов с ЛЧМ для передачи речевых данных в цифровых мобильных системах связи [Текст] / Е.Г. Жиликов, С.П. Белов, А.С. Белов // Вопросы радиоэлектроники. Серия «Электронная вычислительная техника (ЭВТ)». – Москва, 2008. – вып.1. – С.161-1717
5. Ширман, Я.Д. Основы теории обнаружения радиосигналов и измерения их параметров [Текст] / Я.Д. Ширман, В. Н.Голиков. – М.: Советское радио, 1963. – 278 с.: ил.

## RESEARCH OF FEATURES OF THE COMBINED TREATMENT OF COMPLEX SIGNALS WITH LINEAR FREQUENCY MODULATION

S.P. BELOV  
D.N. USHAKOV  
I.A. STAROVOIT

*Belgorod State University*

*e-mail: [Belov@bsu.edu.ru](mailto:Belov@bsu.edu.ru)*

The article is devoted the estimation of possibilities of application in the multichannel systems of mobile communication with the code division of addresses of cross-correlation-filter method of reception of difficult signals, got as a result of innerimpulse modulation on a phase by law of pseudocasual sequence (PSP) of arcwise-frequency modulated (LCHM) radioimpulse (LCHM – PSK signals).

Keywords: difficult signals, informatively-telecommunication systems, by a cross-correlation-filter method of reception, function of vagueness, optimum filter.