



УДК: 533.72

ГРАВИТАЦИОННОЕ ОСЕДАНИЕ АГЛОМЕРАТА, ОБРАЗОВАННОГО ДВУМЯ ОДИНАКОВЫМИ СФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ

Е.Р. Шукин,** Л.А. Уварова, Н.В. Малай,* З.Л. Шулиманова

*Белгородский государственный университет,
ул. Студенческая, 14, Белгород, 308007, Россия, e-mail: malay@bsu.edu.ru

**Институт высоких температур РАН, Москва, 127412

Аннотация. Проведено математическое моделирование процесса гравитационного оседания агломерата, образованного двумя сферическими частицами. Получены формулы, позволяющие оценивать оседание агломерата как при слабом, так и сильном влиянии на его ориентацию броуновского вращения. При этом показано, что, в случае слабого влияния броуновского вращения на ориентацию агломерата, одновременно с оседанием в вертикальном направлении, может происходить и заметный поперечный дрейф агломерата. Скорость стационарного оседания агломерата в вертикальном направлении значительно (на 40 - 55%) превышает скорость оседания отдельных сферических частиц, из которых состоит агломерат. При сильном влиянии броуновского вращения на ориентацию агломерата, отличие средней скорости оседания агломерата от максимального и минимального её значений не превышает 6%. Теоретическое значение средней скорости оседания агломерата близко (в пределах 4%) к значению средней скорости, полученному на основе экспериментальных данных.

Ключевые слова: агломерат, сферические частицы, броуновское вращение.

1. Введение. В гравитационном поле Земли на аэрозольные и гидрозольные частицы действует сила тяжести. Эта сила вызывает упорядоченное движение частиц относительно несущей газообразной или жидкой среды к поверхности Земли [1,2]. Гравитационное (седиментационное) оседание частиц довольно часто происходит при протекании природных и технических процессов, например, при пожарах и вулканических извержениях, при работе тепловых электростанций, турбореактивных и поршневых двигателей. Седиментация частиц в гравитационном поле может быть использована при определении концентрации дисперсных систем [5], при очистке газообразных и жидких сред от взвешенных в них вредных частиц [1-6]. В связи с этим изучение закономерностей гравитационного оседания частиц дисперсных систем представляет как научный, так и практический интерес.

Во встречающихся на практике аэрозольных и гидрозольных системах среднее расстояние между частицами может значительно превышать характерные размеры частиц [1-4]. Математическое моделирование процесса гравитационного оседания таких систем можно проводить, основываясь на знании законов гравитационного оседания в бесконечной среде отдельных дисперсных частиц. В опубликованной литературе достаточно полно изучены особенности, протекающего при малых числах Рейнольдса, гравитационного оседания отдельных частиц с формой поверхности близкой к сферической, сфероидальной и эллипсоидальной [2]. В состав дисперсных систем наряду с

такими частицами могут входить частицы и с более сложной геометрией. К ним, в частности, относятся агломераты, образующиеся при коагуляции (слипанию) двух или большего числа частиц [1-3,7,8]. Закономерности гравитационного оседания агломерата могут заметно отличаться от закономерностей движения отдельных частиц, из которых образован агломерат. Ниже это будет показано на примере оседания агломерата, образованного двумя одинаковыми сферическими частицами.

2. Постановка задачи. Рассматривается гравитационное оседание в неподвижной нетурбулизованной вязкой среде изображенного на рис. 1 агломерата, образованного двумя одинаковыми сферическими частицами с радиусом R и плотностью ρ_p . Числа Рейнольдса частиц агломерата много меньше единицы. При этом описание процесса движения агломерата в вязкой среде можно проводить в квазистационарном приближении [2]. Размеры агломерата достаточно крупные, чтобы можно было пренебречь его броуновским вращением [1,3] и влиянием изотермического скольжения [1-3] на силу сопротивления среды движению агломерата. Проведенные в [3] оценки показали, что в воздухе при температуре 20^0 C и давлении $p=1\text{ атм}$ броуновское вращение аэрозольных частиц с размерами более 10 мкм очень медленное (менее $0,5\text{ об/мин}$). В случае аэрозольных частиц, имеющих неправильную форму и размеры сравнимые с 1 мкм , броуновское вращение в воздухе столь быстро, что вызывает заметный эффект мерцания, появляющийся при прохождении пучка света через облако аэрозольных частиц [3].

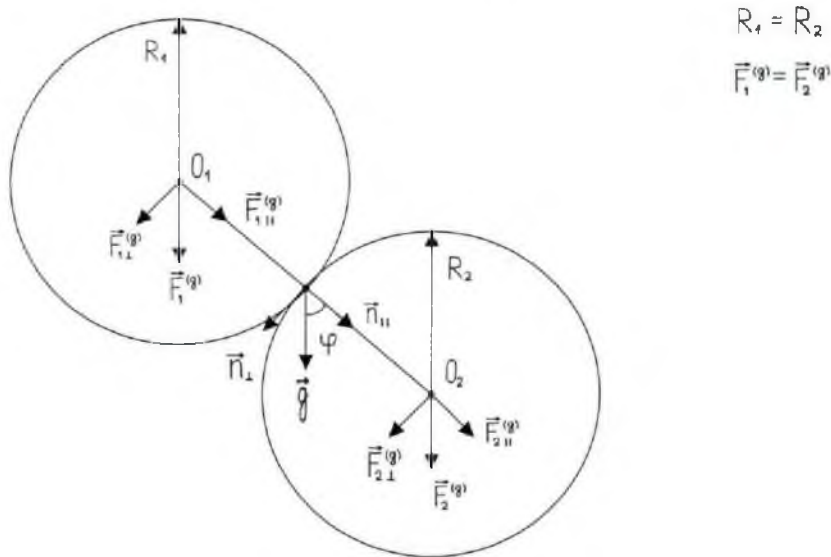


Рис. 1. Агломерат, образованный двумя одинаковыми сферическими частицами.

Гравитационное оседание агломерата вызывают, действующие на его частицы, что показано на рисунке. Следующие равные гравитационной природы силы $F_i^{(g)}$:

$$F_i^{(g)} = F^{(g)} = (\rho_p - \rho_m) V g , \tag{1}$$

где ρ_m – плотность вязкой среды; индекс $i = 1, 2$; $V = 4/3\pi R^3$ – объём сферических частиц агломерата; \mathbf{g} – ускорение свободного падения. Силы $\mathbf{F}_i^{(g)}$, в связи с их равенством, вращения агломерата не вызывают. Поэтому гравитационное оседание агломерата из двух одинаковых сферических частиц происходит при, изображенном на рис. 2, постоянном независящем от времени угле φ . Угол φ с вектором \mathbf{g} образует прямая O_1O_2 , проходящая через центры частиц агломерата. В связи с постоянством угла φ описание движения агломерата удобно проводить в изображенной на рис. 2 неподвижной прямоугольной системе координат $x_{\parallel}Oy_{\perp}z$, ось Ox_{\parallel} которой параллельна вектору \mathbf{n}_{\parallel} , а ось Oy_{\perp} – вектору \mathbf{n}_{\perp} . Плоскость $x_{\parallel}Oy_{\perp}$, в которой происходит движение агломерата, проходит через прямую O_1O_2 и вектор \mathbf{g} . Вектор \mathbf{n}_{\parallel} – единичный вектор вдоль линии центров частиц O_1O_2 , направленный от первой частицы ко второй; \mathbf{n}_{\perp} – единичный вектор, перпендикулярный к прямой O_1O_2 и образующий острый угол с вектором \mathbf{g} .

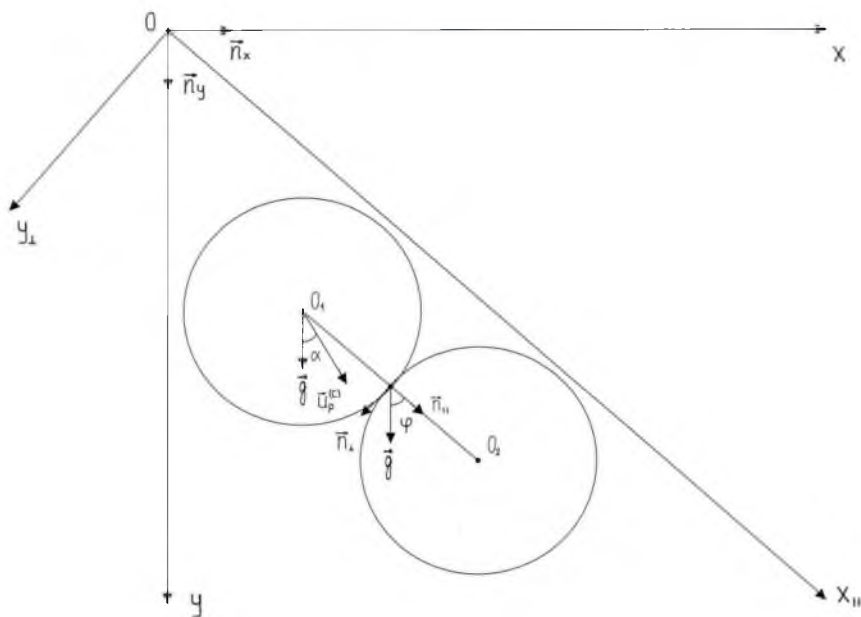


Рис. 2. Расположение агломерата относительно неподвижных прямоугольных декартовых систем координат $x_{\parallel}Oy_{\perp}z$ и $xOyz$.

3. Формулы для проекций скорости произвольной точки агломерата. Каждая из сил $\mathbf{F}_i^{(g)}$ может быть представлена в виде векторной суммы двух составляющих $\mathbf{F}_{i\parallel}^{(g)}$ и $\mathbf{F}_{i\perp}^{(g)}$:

$$\mathbf{F}_i^{(g)} = \mathbf{F}_{i\parallel}^{(g)} + \mathbf{F}_{i\perp}^{(g)}, \quad (2)$$

где $\mathbf{F}_{i\parallel}^{(g)} = F_{i\parallel}^{(g)} \mathbf{n}_{\parallel}$, $\mathbf{F}_{i\perp}^{(g)} = F_{i\perp}^{(g)} \mathbf{n}_{\perp}$; $F_{i\parallel}^{(g)} = (\mathbf{F}_i^{(g)} \mathbf{n}_{\parallel}) = (\rho_p - \rho_m) V g \cos \varphi$, $F_{i\perp}^{(g)} = (\mathbf{F}_i^{(g)} \mathbf{n}_{\perp}) = (\rho_p - \rho_m) V g \sin \varphi$ – проекции векторов $\mathbf{F}_i^{(g)}$ на оси Ox_{\parallel} и Oy_{\perp} .

Силы $\mathbf{F}_{i\parallel}^{(g)}$ и $\mathbf{F}_{i\perp}^{(g)}$ вызывают независимое движение агломерата со скоростями $\mathbf{U}_{p\parallel}^{(g)} = U_{p\parallel}^{(g)} \mathbf{n}_{\parallel}$ и $\mathbf{U}_{p\perp}^{(g)} = U_{p\perp}^{(g)} \mathbf{n}_{\perp}$ вдоль осей Ox_{\parallel} и Oy_{\perp} . При этом движению агломерата препятствуют следующие силы вязкого сопротивления среды [2]:



$$\mathbf{F}_{\parallel}^{(\mu)} = \mathbf{F}_{1\parallel}^{(\mu)} + \mathbf{F}_{2\parallel}^{(\mu)}, \quad \mathbf{F}_{1\parallel}^{(\mu)} = \mathbf{F}_{2\parallel}^{(\mu)} = -6\pi\mu f_{\parallel}^{(\mu)} R U_{p\parallel} \mathbf{n}_{\parallel}; \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_{\perp}^{(\mu)} = \mathbf{F}_{1\perp}^{(\mu)} + \mathbf{F}_{2\perp}^{(\mu)}, \quad \mathbf{F}_{1\perp}^{(\mu)} = \mathbf{F}_{2\perp}^{(\mu)} = -6\pi\mu f_{\perp}^{(\mu)} R U_{p\perp} \mathbf{n}_{\perp}, \quad (4)$$

где $\mathbf{F}_{i\parallel}^{(\mu)}$ и $\mathbf{F}_{i\perp}^{(\mu)}$ – силы вязкого сопротивления среды движению i -ой частицы агломерата в направлениях \mathbf{n}_{\parallel} и \mathbf{n}_{\perp} ; μ – динамическая вязкость среды; $f_{\parallel}^{(\mu)} = 0.645$, $f_{\perp}^{(\mu)} = 0.716$ [2]. В (3), (4) входят проекции $U_{p\parallel}$ и $U_{p\perp}$ на оси Ox_{\parallel} и Oy_{\perp} скорости \mathbf{U}_p агломерата, с которой движутся центры частиц агломерата.

В проекциях на оси Ox_{\parallel} и Oy_{\perp} дифференциальные уравнения движения агломерата имеют следующий вид:

$$M \frac{dU_{p\parallel}}{dt} = -6\pi\mu f_{\parallel}^{(\mu)} R U_{p\parallel} + (\rho_p - \rho_m) V g \cos \varphi, \quad (5)$$

$$M \frac{dU_{p\perp}}{dt} = -6\pi\mu f_{\perp}^{(\mu)} R U_{p\perp} + (\rho_p - \rho_m) V g \sin \varphi, \quad (6)$$

где $M = \rho_p V$ – масса частиц агломерата. Разделив обе части уравнений (5) и (6) на, соответственно, $6\pi\mu f_{\parallel}^{(\mu)} R$ и $6\pi\mu f_{\perp}^{(\mu)} R$, приходим к следующему более простому виду этих уравнений:

$$\tau_{\parallel} \frac{dU_{p\parallel}}{dt} = -U_{p\parallel} + U_{g\parallel}, \quad (7)$$

$$\tau_{\perp} \frac{dU_{p\perp}}{dt} = -U_{p\perp} + U_{g\perp}. \quad (8)$$

В уравнениях (7), (8)

$$\tau_{\parallel} = \tau / f_{\parallel}^{(\mu)}, \quad \tau_{\perp} = \tau / f_{\perp}^{(\mu)}, \quad \tau = (2/9) (R^2 \rho_p / \nu \rho_m), \quad \tau_{\parallel} / \tau_{\perp} = f_{\perp}^{(\mu)} / f_{\parallel}^{(\mu)} = 1.11; \quad (9)$$

$$U_{g\parallel} = \tau_{\parallel} g^* \cos \varphi, \quad U_{g\perp} = \tau_{\perp} g^* \sin \varphi, \quad g^* = g (\rho_p - \rho_m) / \rho_p, \quad (10)$$

где τ_{\parallel} и τ_{\perp} – времена релаксации агломерата, τ – время релаксации отдельной сферической частицы с радиусом R и плотностью ρ_p [3], $\nu = \mu / \rho_m$. Интегрируя уравнения (7), (8) с начальными условиями $U_{p\parallel}^{(0)}$ и $U_{p\perp}^{(0)}$ при времени $t = 0$, получаем следующие выражения для компонент $U_{p\parallel}$, $U_{p\perp}$ скорости \mathbf{U}_p произвольной точки агломерата:

$$U_{p\parallel} = U_{g\parallel} + \left(U_{p\parallel}^{(0)} - U_{g\parallel} \right) e^{-t/\tau_{\parallel}}, \quad U_{p\perp} = U_{g\perp} + \left(U_{p\perp}^{(0)} - U_{g\perp} \right) e^{-t/\tau_{\perp}}. \quad (11)$$

Проекции $U_{p\parallel}$ и $U_{p\perp}$ равны:

$$U_{p\parallel} = \frac{dx_{\parallel}}{dt}, \quad U_{p\perp} = \frac{dy_{\perp}}{dt}, \quad (12)$$



где x_{\parallel} и y_{\perp} – координаты произвольной точки агломерата, в частности, центров его частиц. Проведя интегрирование (12), приходим к следующей зависимости координат рассматриваемой точки агломерата от времени:

$$\begin{aligned} x_{\parallel} &= x_{\parallel}^{(0)} + U_{g\parallel}t + \left(U_{p\parallel}^{(0)} - U_{g\parallel} \right) \tau_{\parallel} \left(1 - e^{-t/\tau_{\parallel}} \right), \\ y_{\perp} &= y_{\perp}^{(0)} + U_{g\perp}t + \left(U_{p\perp}^{(0)} - U_{g\perp} \right) \tau_{\perp} \left(1 - e^{-t/\tau_{\perp}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь (13) $x_{\parallel}^{(0)}$ и $y_{\perp}^{(0)}$ – начальные значения координат рассматриваемой точки агломерата.

Практический интерес представляют формулы, позволяющие оценивать гравитационное оседание агломерата в, изображенной на рис. 2, прямоугольной системе координат $xOyz$ с осью Ox перпендикулярной и осью Oy параллельной вектору \mathbf{g} . В этой системе координат, полученные с помощью формул (11), (13), выражения для проекций U_{px} и U_{py} скорости \mathbf{U}_p и координат x , y произвольной точки агломерата имеют уже следующий вид:

$$\begin{aligned} U_{px} &= (\tau_{\parallel} - \tau_{\perp}) g^* \sin \varphi \cos \varphi + [U_{px}^{(0)} \sin^2 \varphi + (U_{py}^{(0)} - \tau_{\parallel} g^*) \sin \varphi \cos \varphi] e^{-t/\tau_{\parallel}} + \\ &+ [U_{px}^{(0)} \cos^2 \varphi + (U_{py}^{(0)} - \tau_{\perp} g^*) \sin \varphi \cos \varphi] e^{-t/\tau_{\perp}}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} U_{py} &= (\tau_{\parallel} \cos^2 \varphi + \tau_{\perp} \sin^2 \varphi) g^* \sin \varphi \cos \varphi + [U_{px}^{(0)} \sin \varphi \cos \varphi + (U_{py}^{(0)} - \tau_{\parallel} g^*) \cos^2 \varphi] e^{-t/\tau_{\parallel}} + \\ &+ [-U_{px}^{(0)} \sin \varphi \cos \varphi + (U_{py}^{(0)} - \tau_{\perp} g^*) \sin^2 \varphi] e^{-t/\tau_{\perp}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= x^{(0)} + (\tau_{\parallel} + \tau_{\perp}) g^* t \sin \varphi \cos \varphi + [U_{px}^{(0)} \sin^2 \varphi + (U_{py}^{(0)} - \tau_{\parallel} g^*) \sin \varphi \cos \varphi] \tau_{\parallel} e^{-t/\tau_{\parallel}} + \\ &+ [U_{px}^{(0)} \cos^2 \varphi - (U_{py}^{(0)} - \tau_{\perp} g^*) \sin \varphi \cos \varphi] \tau_{\perp} e^{-t/\tau_{\perp}}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} y &= y^{(0)} + (\tau_{\parallel} \cos^2 \varphi + \tau_{\perp} \sin^2 \varphi) g^* t + [U_{px}^{(0)} \sin \varphi \cos \varphi + (U_{py}^{(0)} - \tau_{\parallel} g^*) \cos^2 \varphi] e^{-t/\tau_{\parallel}} + \\ &+ [-U_{px}^{(0)} \sin \varphi \cos \varphi + (U_{py}^{(0)} - \tau_{\perp} g^*) \sin^2 \varphi] e^{-t/\tau_{\perp}}, \end{aligned}$$

где $U_{px}^{(0)}$ и $U_{py}^{(0)}$ – проекции на оси Ox и Oy начальной скорости $\mathbf{U}_p^{(0)}$. Вектор скорости агломерата \mathbf{U}_p образует с осью Oy , показанной на рис. 2, угол

$$\alpha = \arctan U_{px}/U_{py}. \quad (16)$$

4. Анализ полученных результатов. В п.2 показано, что, при пренебрежимо малом влиянии броуновского вращения на ориентацию агломерата из двух одинаковых



сферических частиц, гравитационное оседание агломерата происходит без вращения ($\varphi = \text{const}$). При этом зависимость от времени проекций $U_{p\parallel}$, $U_{p\perp}$ и U_{px} , U_{py} скорости \mathbf{U}_p агломерата, координат его точек и угла, образованного скоростью агломерата и ускорением свободного падения, можно определить с помощью формул (11), (13)-(16). Наиболее простой следующий вид формулы для проекций скорости агломерата и координат его точек принимают при нулевой начальной скорости агломерата ($\mathbf{U}_p^{(0)} = 0$):

$$U_{p\parallel} = U_{g\parallel} (1 - e^{-t/\tau_{\parallel}}), \quad U_{p\perp} = U_{g\perp} (1 - e^{-t/\tau_{\perp}}), \quad (17)$$

$$x_{\parallel} = x_{\parallel}^{(0)} + U_{g\parallel} [t - \tau_{\parallel} (1 - e^{-t/\tau_{\parallel}})], \quad y_{\perp} = y_{\perp}^{(0)} + U_{g\perp} [t - \tau_{\perp} (1 - e^{-t/\tau_{\perp}})], \quad (18)$$

$$U_{px} = [\tau_{\parallel} (1 - e^{-t/\tau_{\parallel}}) - \tau_{\perp} (1 - e^{-t/\tau_{\perp}})] g^* \sin \varphi \cos \varphi, \\ U_{py} = [\tau_{\parallel} (1 - e^{-t/\tau_{\parallel}}) \cos^2 \varphi - \tau_{\perp} (1 - e^{-t/\tau_{\perp}}) \sin^2 \varphi] g^*, \quad (19)$$

$$x = x^{(0)} + \{ \tau_{\parallel} [t - \tau_{\parallel} (1 - e^{-t/\tau_{\parallel}})] - \tau_{\perp} [t - \tau_{\perp} (1 - e^{-t/\tau_{\perp}})] \} g^* \sin \varphi \cos \varphi, \quad (20)$$

$$y = y^{(0)} + \{ \tau_{\parallel} [t - \tau_{\parallel} (1 - e^{-t/\tau_{\parallel}})] \cos^2 \varphi - \tau_{\perp} [t - \tau_{\perp} (1 - e^{-t/\tau_{\perp}})] \sin^2 \varphi \} g^*. \quad (21)$$

Из (17) и (19) вытекает, что в случае $\mathbf{U}_p^{(0)} = 0$ при времени $t > 7\tau_{\parallel}$ скорость агломерата \mathbf{U}_p практически от времени не зависит и её можно считать равной следующей постоянной скорости $\mathbf{U}_p^{(C)}$:

$$\mathbf{U}_p^{(C)} = U_{g\parallel} \mathbf{n}_{\parallel} + U_{g\perp} \mathbf{n}_{\perp} \quad (22)$$

или

$$\mathbf{U}_p^{(C)} = U_{px}^{(C)} \mathbf{n}_x + U_{py}^{(C)} \mathbf{n}_y. \quad (23)$$

Входящие в (23) проекции $U_{px}^{(C)}$ и $U_{py}^{(C)}$ равны:

$$U_{px}^{(C)} = U_{g\parallel} (\mathbf{n}_{\parallel} \mathbf{n}_x) + U_{g\perp} (\mathbf{n}_{\perp} \mathbf{n}_x), \quad U_{py}^{(C)} = U_{g\parallel} (\mathbf{n}_{\parallel} \mathbf{n}_y) + U_{g\perp} (\mathbf{n}_{\perp} \mathbf{n}_y), \quad (24)$$

где $(\mathbf{n}_{\parallel} \mathbf{n}_x) = \sin \varphi$, $(\mathbf{n}_{\perp} \mathbf{n}_x) = \cos \varphi$, $(\mathbf{n}_{\parallel} \mathbf{n}_y) = \cos \varphi$, $(\mathbf{n}_{\perp} \mathbf{n}_y) = \sin \varphi$. С учетом выражений для $U_{g\parallel}$ и $U_{g\perp}$ (10), получаем:

$$U_{px}^{(C)} = (\tau_{\parallel} - \tau_{\perp}) g^* \sin \varphi \cos \varphi, \quad U_{py}^{(C)} = (\tau_{\parallel} \cos^2 \varphi + \tau_{\perp} \sin^2 \varphi) g^*.$$

Подставив в эти формулы выражения для τ_{\parallel} и τ_{\perp} (9), приходим к

$$U_{px}^{(C)} = \psi_x(\varphi) \tau g^*, \quad U_{py}^{(C)} = \psi_y(\varphi) \tau g^*, \quad (25)$$

где

$$\psi_x(\varphi) = \left[\left(f_{\perp}^{(\mu)} - f_{\parallel}^{(\mu)} \right) / f_{\perp}^{(\mu)} f_{\parallel}^{(\mu)} \right] \sin \varphi \cos \varphi, \quad \psi_x(\varphi) = 0.154 \sin \varphi \cos \varphi,$$

$$\psi_y(\varphi) = \frac{1}{f_{\parallel}^{(\mu)}} + \left(\frac{1}{f_{\perp}^{(\mu)}} - \frac{1}{f_{\parallel}^{(\mu)}} \right) \sin^2 \varphi, \quad 1.397 \leq \psi_y(\varphi) \leq 1.55.$$



Для сравнения следует отметить, что в случае $\mathbf{U}_p^{(0)} = 0$ при $t > 7\tau_{\parallel}$ стационарная скорость гравитационного оседания отдельных сферических частиц с радиусом R и плотностью ρ_p , из которых состоит агломерат, равна:

$$\mathbf{U}_{SPh}^{(C)} = U_{SPh}^{(C)} \mathbf{n}_y, \quad U_{SPHy}^{(C)} = \tau g^* . \quad (26)$$

Из этой формулы вытекает, что стационарное гравитационное оседание сферической частицы при любой её ориентации происходит вертикально вниз.

Сравнение (25) и (26) показывает, что скорость стационарного оседания агломерата в направлении оси Oy значительно (на 40 - 55%) превышает скорость оседания отдельной сферической частицы. В отличие от сферических частиц, при $t > 7\tau_{\parallel}$ стационарное гравитационное оседание агломерата из двух частиц происходит вертикально вниз только в случае двух его ориентаций в пространстве: когда агломерат расположен параллельно ($\varphi = 0, \varphi = \pi$) и перпендикулярно ($\varphi = \pi/2$) к вектору \mathbf{g} . При угле $0 < \varphi < \pi/2$ агломерат в процессе оседания дрейфует так же в направлении оси Ox , а при $\pi/2 < \varphi < \pi$ - в противоположном направлении. В этих случаях, полученное с учетом формул (24), выражение для угла $\alpha^{(C)}$ (16), который вектор $\mathbf{U}_p^{(C)}$ образует с вектором \mathbf{g} , принимает следующий вид:

$$\alpha^{(C)} = \arctan \left[(\tau_{\parallel} - \tau_{\perp}) \tan \varphi / (\tau_{\parallel} + \tau_{\perp} \tan^2 \varphi) \right] . \quad (27)$$

Эта формула показывает, что при $0 < \varphi < \pi/2$ угол $\alpha^{(C)} > 0$ (вектор $\mathbf{U}_p^{(C)}$ расположен справа от вектора \mathbf{g}), а при $\pi/2 < \varphi < \pi$ угол $\alpha^{(C)} < 0$ (вектор $\mathbf{U}_p^{(C)}$ расположен слева от вектора \mathbf{g}). Анализ формулы (27) показал, что максимальное $\alpha_{\max}^{(C)}$ и минимальное $\alpha_{\min}^{(C)}$ значение угол $\alpha^{(C)}$ принимает, соответственно, при следующих значениях $\tan \varphi$:

$$\tan \varphi_1 = \sqrt{\tau_{\parallel}/\tau_{\perp}}, \quad \tan \varphi_2 = -\sqrt{\tau_{\parallel}/\tau_{\perp}} . \quad (28)$$

где $\tau_{\parallel}/\tau_{\perp} = f_{\perp}^{(\mu)}/f_{\parallel}^{(\mu)}$. Отсюда следует, что значения углов φ_1, φ_2 и, соответственно, $\alpha_{\max}^{(C)}$ и $\alpha_{\min}^{(C)}$ от радиусов R и плотности ρ_p частиц агломерата не зависят. Учитывая, что $f_{\perp}^{(\mu)}/f_{\parallel}^{(\mu)} = 1.11$, из (28) получаем: $\varphi_1 = 46.49^{\circ}, \varphi_2 = 133.51^{\circ}$. Подставив выражения для $\tan \varphi_1$ и $\tan \varphi_2$ (28) в формулу для $\alpha^{(C)}$ (27), приходим к

$$\alpha_{\max}^{(C)} = \arctan \frac{1}{2} \left(\sqrt{\tau_{\parallel}/\tau_{\perp}} - \sqrt{\tau_{\perp}/\tau_{\parallel}} \right) = 2.99^{\circ}, \quad \alpha_{\min}^{(C)} = -\alpha_{\max}^{(C)} . \quad (29)$$

Отсюда следует, что все значения угла $\alpha^{(C)}$ удовлетворяют неравенству: $-2,99 \leq \alpha^{(C)} \leq 2,99$.

Проведенный с помощью формул (20),(21) и (25) численный анализ, в частности, показал, что скорость дрейфа в поперечном направлении агломерата может превысить 1 см/с, а преодолеваемое им при этом расстояние может быть значительным.

Скорость стационарного оседания агломерата в вертикальном направлении слабо (в пределах 11%) зависит от угла φ , определяющего ориентацию агломерата относительно



вектора \mathbf{g} . Это достаточно хорошо показывают данные табл. 1. В этой таблице приведены зависимости от угла φ проекций $U_{px}^{(C)}$, $U_{py}^{(C)}$ угла $\alpha^{(C)}$ и проходимых за время $t=10$ с срасстояний $\Delta x = x - x^{(0)}$, $\Delta y = y - y^{(0)}$ в случае аэрозольного агломерата, состоящего из двух свинцовых частиц с диаметром $d = 25$ мкм. Оседание агломерата происходит в воздухе при нормальном атмосферном давлении и температуре $20^{\circ}C$. При этих условиях времена релаксации агломерата свинцовой частицы с $d=25$ мкм, соответственно, равны: $\tau_{\parallel} = 3.366 \cdot 10^{-2}c$, $\tau_{\perp} = 3.025 \cdot 10^{-2}c$ и $\tau = 2.17 \cdot 10^{-2}c$. Стационарное оседание свинцовой частицы с $d=25$ мкм происходит при скорости $\tau g^* = 21.27$ см/с.

Таблица 1

Зависимость от угла φ проекций $U_{px}^{(C)}$, $U_{py}^{(C)}$, угла $\alpha^{(C)}$ и перемещений Δx , Δy агломерата из двух свинцовых частиц с диаметром 25 мкм, оседающего в воздухе при нормальном атмосферном давлении и температуре $20^{\circ}C$

Угол φ^0	0	2.55	45	46.5	67.5	90	112.5	133.5	135	157.5	180
Проекция $U_{px}^{(C)}$, см/с	0	1.15	1.63	1.63	1.15	0	-1.15	-1.63	-1.63	-1.15	0
Проекция $U_{py}^{(C)}$, см/с	32.97	32.46	31.33	31.25	30.15	29.70	30.15	31.25	31.33	32.46	32.97
Угол $\alpha^{(C)0}$	0	2.03	2.978	2.986	2.18	0	-2.18	-2.986	-2.978	-2.03	0
Перемещение $\Delta x = x - x^{(0)}$, см за время $t=10$ с	0	11.5	16.25	16.22	11.5	0	-11.5	-16.22	-16.25	-11.5	0
Перемещение $\Delta y = y - y^{(0)}$, см за время $t=10$ с	328.5	323.5	312.3	311.2	300.5	296.1	300.5	311.2	312.3	323.5	328.5

При достаточно малых диаметрах частиц агломерата, на его ориентацию в пространстве сильное влияние может оказать броуновское вращение [1,3]. Например, в воздухе при нормальном давлении и температуре $20^{\circ}C$ сильное влияние броуновское вращение оказывает на ориентацию агломератов с диаметром частиц, сравнимым с 1 мкм. В связи с этим представляет интерес знание величины средней скорости $\langle U_p^{(C)} \rangle$ стационарного гравитационного оседания агломерата, найденной с учетом вращения агломерата. Проще всего выражение для средней скорости $\langle U_p^{(C)} \rangle$ находится при равновероятной ориентации агломерата. При этом выражение для $\langle U_p^{(C)} \rangle$ равно:

$$\langle U_p^{(C)} \rangle = \langle U_{py}^{(C)} \rangle \mathbf{n}_y, \tag{30}$$

где $\langle U_{py}^{(C)} \rangle = \left(1/f_{\parallel}^{(\mu)} + 1/f_{\perp}^{(\mu)} \right) \tau g^* / 2 = 1.474 \tau g^*$.

Агломерат падает со следующими максимальной $U_{p\max}^{(C)}$ и минимальной $U_{p\min}^{(C)}$ скоростями при, соответственно, параллельном ($\varphi = 0; \pi$) и перпендикулярном его расположении относительно вектора \mathbf{g} :



$$\begin{aligned}
 U_{\text{pmax}}^{(C)} &= U_{\text{pmax}}^{(C)} \mathbf{n}_y, & U_{\text{pmax}}^{(C)} &= \frac{1}{f_{\parallel}^{(\mu)}} \tau g^* = 1.55 \tau g^*; \\
 U_{\text{pmin}}^{(C)} &= U_{\text{pmin}}^{(C)} \mathbf{n}_y, & U_{\text{pmin}}^{(C)} &= \frac{1}{f_{\perp}^{(\mu)}} \tau g^* = 1.397 \tau g^*.
 \end{aligned} \quad (31)$$

Сравнение формул (30) и (31) показывает, что отличие среднего значения $\langle \mathbf{U}_p^{(C)} \rangle$ от максимального и минимального значений $\mathbf{U}_p^{(C)}$ не превышает 5,5%.

В работе [9] приведена следующая формула (32), позволяющая (при равновероятной ориентации агломерата из двух сферических частиц) оценивать среднюю силу вязкого сопротивления среды движению агломерата со скоростью \mathbf{U}_p :

$$\mathbf{F}_a^{(\mu)} = -6\pi\mu K_a R_e \mathbf{U}_p, \quad (32)$$

где $R_e = \sqrt[3]{2}R$ – радиус сферы, имеющей такой же объём, как и агломерат из двух частиц с радиусами R ; $K_a = 1.12$ – поправочный динамический коэффициент формы, полученный экспериментально [9].

Гравитационное оседание агломерата вызывает гравитационной природы сила $\mathbf{F}_a^{(g)}$:

$$\mathbf{F}_a^{(g)} = 2(\rho_p - \rho_m) V g \mathbf{n}_y, \quad V = \frac{3}{4}\pi R^3. \quad (33)$$

Когда сила $\mathbf{F}_a^{(g)} = \mathbf{F}_a^{(\mu)}$, гравитационное оседание агломерата происходит со средней скоростью

$$\mathbf{U}_{pa}^{(C)} = U_{pa}^{(C)} \mathbf{n}_y, \quad U_{pa}^{(C)} = \frac{2^{2/3}}{K_a} \tau g^* = 1.417 \tau g^*. \quad (34)$$

Сравнение теоретической формулы (30) с, найденной с помощью экспериментального выражения (32), формулой (34) показывает, что отличие теоретического и экспериментального значения средней скорости гравитационного оседания агломерата из двух частиц не превышает 4%.

Литература

1. Фукс Н.А. Механика аэрозолей / М.: Изд-во АН СССР, 1955. – 352 с.
2. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса / М.: Мир, 1976. – 630 с.
3. Райст П. Аэрозоли. Введение в теорию / М.: Энергетика и энергия, 1987. – 277 с.
4. Пирумов А.И. Обеспыливание воздуха / М.: Стройиздат, 1981. – 296 с.
5. Спурный К., Йех Ч., Седлачек Б., Шторх О. Аэрозоли / М.: Атомиздат, 1964. – 360 с.
6. Ужов В.И., Вальдберг А.Ю., Мягков Б.И., Решидов Н.К. Очистка промышленных газов от пыли / М.: Химия, 1983. – 297 с.
7. Mackowski D.W., Phoretic behavior of asymmetric particles in thermal nonequilibrium with the gas: two-sphere aggregates // J.Colloid Interface Sci. – 1990. – 140. – P.139-157.



8. Suzuki, S., Kinawa, K., and Dobashi, R. Effect of particle morphology on thermophoretic velocity of aggregated soot particles // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2009. – 52. – P.4695-4700.

GRAVITATIONAL SETTLING OF AGGLOMERATE GENERATED BY TWO EQUIVALENT SPHERICAL PARTICLES

E.R. Shchukin, L.A. Uvarova, N.V. Malay, Z.L. Shulimanova

Belgorod State University,
Studencheskaya St., 14, Belgorod, 308007, Russia, e-mail: malay@bsu.edu.ru

Abstract. It is done mathematical modeling of agglomerate gravitational settling when it consists of two spherical particles. Some formulas are obtained such that they permit to estimate the agglomerate settling both at weak and at strong influence of brownian rotation on its orientation. It is shown that in the case of weak influence of brownian rotation on the agglomerate orientation the transversal shift may be occur simultaneously with the settling in vertical direction.

Key words: agglomerate, spherical particles, brownian rotation.