



УДК 004.52; 612.821.3; 612.789

**ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПСИХОАКУСТИКИ  
СЛУХА ЧЕЛОВЕКА****PHENOMENOLOGICAL MATHEMATICAL MODEL OF HUMAN HEARING  
PSYCHOACOUSTICS****Е.Г. Жилияков, С.Л. Бабаринов  
E.G. Zhilyakov, S.L. Babarinov**Белгородский государственный национальный исследовательский университет,  
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

Belgorod State University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia

E-mail: zhilyakov@bsu.edu.ru, babarinov@bsu.edu.ru

**Аннотация**

В работе рассматриваются особенности моделирования психоакустики слуха человека. Данный вид моделирования важен для построения адекватных алгоритмов и методов обработки речевых сигналов. Очевидно, что при разработке алгоритмов обработки речевых сигналов целесообразно использовать математические модели, которые в количественном виде описывают процессы восприятия звука в слуховой системе человека. Естественно, что применяемые математические модели должны отражать эмпирически установленные свойства слуховой системы и прежде всего, воспроизводить в количественном виде реакции слуховой системы на акустические воздействия. Приведен анализ работ ученых по данной тематике: Цвикера, Стивенса, Фастла, Молчанова и др. В работе предложена математическая модель частотных характеристик поперечных волокон базилярной мембраны, которая может служить основой для алгоритмов обработки речевых сигналов.

**Abstract**

In this article the main issues of human hearing perception modeling are described. Ear modeling can significantly improve sound signal processing and the design of hearing devices. Ear models based on mechanics and neural phenomenology of the inner ear (basilar membrane in cochlea) are essential thing to make better methods and algorithms of sound signal processing. The paper consist from two parts: in the first part, previous articles on the same subject were analyzed and commented on; in the second part, the new mathematical model based on phenomenology of human hearing was given. This model is based on the disquisition of basilar membrane's transverse fibers characteristics. Each transverse fiber has special frequency response and this response is depending on the intensity of tone impact and transverse's place in the inner sequence of basilar membrane. Due to this fact, it can be shown that each transverse fiber stores part of energy from sound signal. This fact can be used for making adequate bank of filters which has same response on sine waves and narrow-band noise like a basilar membrane.

**Ключевые слова:** феноменологическая математическая модель, психоакустика, базилярная мембрана, частотные характеристики

**Keywords:** phenomenological mathematical model, psychoacoustics, basilar membrane, frequency response

---

**Введение**

Слуховая система является важнейшим средством информационного взаимодействия человека с окружающей средой. Поэтому её свойства достаточно интенсивно исследуются в течение длительного времени. В результате получено большое количество эмпирических данных, которые характеризуют слуховую систему как с физиологической (медицинской) точки зрения, так и с позиций исследования процессов восприятия звуков, прежде всего устной речи и музыки.

Слуховая система человека сочетает в себе с одной стороны гидромеханическую составляющую, преобразующую акустические воздействия в колебание элементов



базиллярной мембраны, которые на механическом уровне взаимодействуют с элементами внутреннего уха, вырабатывающими электрические импульсы, попадающие в головной мозг. С другой стороны, слуховая система обладает интеллектуальной составляющей, состоящей из отделов головного мозга, которые распознают сочетания поступающих электрических импульсов на основе опыта предыдущего обучения (словарный запас, музыкальные фразы и т.п.). Поэтому совокупность описаний процессов восприятия звуков принято называть психоакустикой.

Такие описания используются в различных направлениях. Например, в медицинских целях реализуются процедуры диагностики заболеваний слуховой системы. В частности, широко применяются слуховые аппараты, позволяющие компенсировать потери слуха особенно у пожилых людей.

Достаточно интенсивно развиваются компьютерные средства обработки звука, которые используются для повышения качества звучания музыки и устной речи.

Существенное значение приобрели методы сжатия звуковых данных при их хранении и передаче по каналам связи. С этой целью разработано достаточно много музыкальных кодеков, например, MP3 [Jayant, 1992], а также речевые кодеки на основе фильтров линейного предсказания. Следует отметить тенденцию возрастания интенсивности потоков, передаваемых и хранящихся речевых данных, что обусловлено естественностью для человека такой формы информационного обмена.

Нельзя не отметить развитие средств анализа устной речи при ее автоматическом распознавании для управления различными объектами. Кроме того, развиваются средства автоматического преобразования речевых данных в тексты, например, для слабослышащих людей. С другой стороны, развиваются средства синтеза устной речи на основе некоторых текстов – читающие автоматы, в том числе для слабовидящих людей.

Таким образом, развивается целая индустрия программно - аппаратных средств обработки звуковых и прежде всего речевых данных, регистрируемых в цифровом виде на выходах микрофонов при акустических воздействиях.

Ясно, что в основе алгоритмов обработки целесообразно использовать математические модели, которые в количественном виде описывают процессы восприятия звука в слуховой системе человека. Очевидно также, что применяемые математические модели должны отражать эмпирически установленные свойства слуховой системы и прежде всего, воспроизводить в количественном виде реакции слуховой системы на акустические воздействия соответствующих классов, например, синусоидальных. Именно такое их свойство отражает термин «феноменологическая математическая модель».

Отметим, что в большинстве экспериментов реакции слуховой системы количественно фиксировались на основе ощущений, то есть с участием интеллектуальной составляющей испытуемого.

Представляется целесообразным создание такой математической модели, которая позволяет воспроизводить эти эффекты на основе некоторого единственного принципа. Именно такой подход реализован в данной статье.

## 1. Эмпирические основы математического моделирования

Проблема создания моделей слуха и восприятия звуков исследуется давно. Одним из первых примеров описания свойств слуховой системы человека служат акустические опыты Гельмгольца Л.Ф., позволившие ему сформулировать гипотезу о резонансном характере реакции слуховой системы на акустические воздействия [Helmholtz, 1954]. В дальнейшем были проведены другие эксперименты, позволившие во многом углубить представления о свойствах слуховой системы, включая реакции её интеллектуальной части. Описание таких экспериментов и анализ их результатов приведены во многих литературных источниках, например, в [Helmholtz, 1954; Шредер, 1975; Молчанов, 1978; Стивенс, 1936; Цвикер, 1971; Фастл, 2007]. При этом достаточно часто эмпирические данные аппроксимируются с помощью математических соотношений (феноменологические модели), позволяющих произвести некоторые расчеты. Следует, однако, отметить, что как правило эти модели имеют изолированный характер, в том смысле, что позволяют отразить эмпирические

результаты исследований только конкретных психоакустических эффектов, например, построения линий равной громкости [Шредер, 1975; Aho, Norcroft, Ullman, 1974].

В данной работе предпринята попытка создания феноменологической математической модели, которая позволяет воспроизвести в количественном виде известные эмпирические данные, полученные в результате психоакустических исследований. Основными из них являются следующие.

1. Эксперименты по возбуждению базилярной мембраны гармоническими воздействиями [Шредер 1975; Молчанов, 1978].

Ниже в качественном виде воспроизведены фрагменты рисунков 1.1 и 1.3 из работы [Цвикер, 1971]. При этом рисунок 1 иллюстрирует реакцию участков базилярной мембраны, когда на слуховую систему оказывается воздействие в виде синусоидальной акустической волны определенной частоты. В рамках данной работы важно то, что чем выше частота колебания, тем ближе к началу мембраны оно себя проявляет.

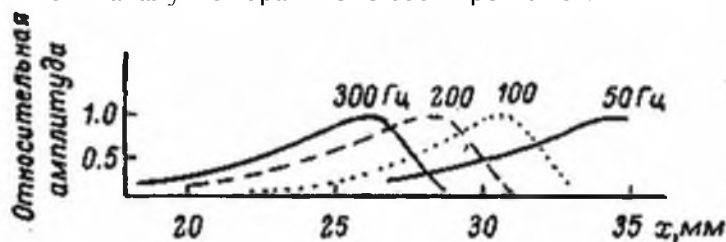


Рис. 1. Реакция элементов вдоль базилярной мембраны на гармоническое воздействие определенной частоты

Fig. 1. The reaction of elements along the basilar membrane to the harmonic action of a certain frequency

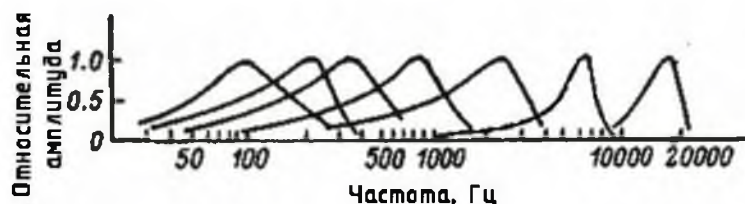


Рис. 2. Частотные характеристики сечений базилярной мембраны

Fig. 2. Frequency characteristics of basilar membrane sections

В свою очередь рисунок 2 иллюстрирует реакции некоторых сечений мембраны на синусоидальные воздействия той или иной частоты. Здесь важно отметить, что реакции (частотные характеристики) существенно несимметричны относительно частоты, когда достигается максимум. Они гораздо быстрее спадают при расстройке в область более высоких частот.

## 2. Нелинейная зависимость ощущения высоты звука от частоты гармонического воздействия

Ниже на рис. 3 качественно воспроизведен рисунок 5.1 из работы [Фастл, 2009], который отражает результаты психоакустических исследований зависимости ощущений половины высоты тона гармонического воздействия от его частоты. Имеется в виду, что сначала на слуховую систему испытуемого осуществляется акустическое синусоидальное воздействие некоторой частоты (ось абсцисс рис.3), а затем испытуемый задает частоту воздействия, чтобы он ощущал половину первичной высоты (ось ординат). Например, [Фастл, 2009] при первоначальном воздействии в 8000 Гц испытуемые ощущали половину высоты при воздействии в 1300 Гц.

Следует также иметь в виду, что в экспериментах различных авторов не использовались первоначальные воздействия частотой выше 12000 Гц. При этом отмечается [Стивенс, 1937], что ощущения высоты воздействия нелинейно зависят не только от его частоты, но и от интенсивности. В частности, при увеличении интенсивности воздействия низкой частоты воспринимаемая высота уменьшается тогда, как воспринимаемая высота высокочастотного воздействия повышается. В рамках данной работы будет показано, что



такой эффект для высокочастотных воздействий может достигаться только тогда, когда при фиксированной интенсивности воздействий при превышении определенной частоты ощущаемая высота уменьшается, то есть график на рис.3 должен загигаться вниз. Возможно, что этот эффект противоречит представлениям о монотонной зависимости ощущаемой высоты от частоты воздействия. Поэтому не монотонность результатов экспериментов не вызвала доверия. Важно также то, что высота тона является сравнительной характеристикой, которая оценивается с помощью интеллектуальной системы человека. В качестве единицы измерений высоты тонов используется Мел.

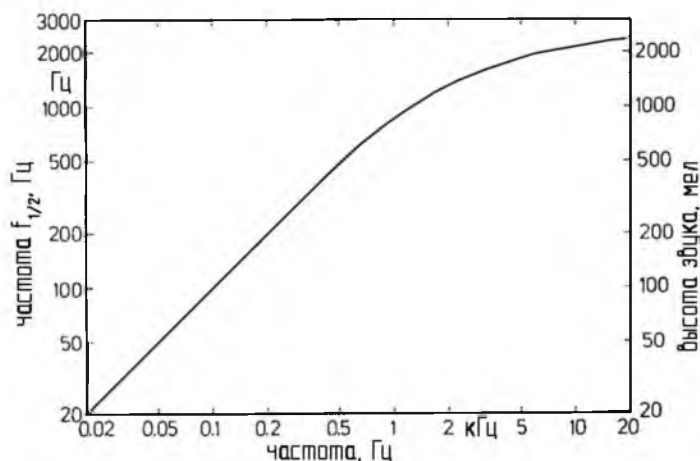


Рис.3. Зависимость частот тонов (ось ординат), которые соответствуют ощущениям половины высоты звука, создаваемых первичными тонами, частоты которых отложены по оси абсцисс  
 Fig. 3. Dependence of tone frequencies (ordinate axis), which correspond to sensations of half the height of sound created by primary tones, whose frequencies are plotted along the abscissa axis

### 3. Явление маскировки гармонических акустических воздействий (маскировка гармоническим фоном, маскировка шумом)

Исследуется с участием интеллектуальной системы человека. Приведенные ниже рисунки 4 и 5 качественно воспроизводят результаты исследований [Фастл, 2007] маскировки тестовых гармонических акустических сигналов фоновыми воздействиями различной природы. При этом рисунок 4 иллюстрирует маскирование узкополосными шумами, спектры которых сосредоточены вблизи вертикальных отрезков, а интенсивность равна 60 db. В свою очередь графики на рис. 5 представляют собой кривые маскирования тестовых гармонических сигналов при фоновых гармонических воздействиях частоты 1000 Гц, различающихся интенсивностями. Пунктирная линия отмечает порог слышимости гармонического сигнала в тишине.

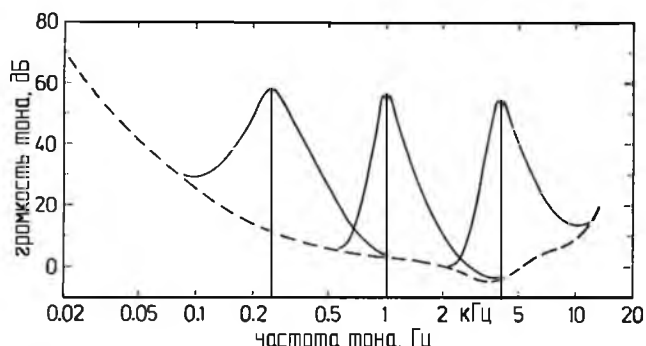


Рис. 4. Кривые маскировки узкополосными шумами  
 Fig. 4. Masking graph with narrow-band noise

Отметим наличие при высоких уровнях интенсивностей не монотонность кривых маскировок.

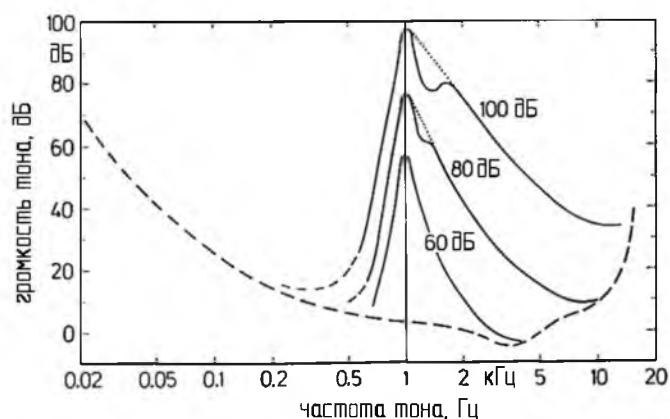


Рис. 5. Кривые маскировки гармоническими воздействиями различной интенсивности  
Fig. 5. Masking graph by harmonic influences of different intensity

#### 4. Линии ощущений равной громкости при гармонических акустических воздействиях

Громкость акустических воздействий на слуховую систему человека оценивается испытуемым по отношению к некоторому опорному уровню. Иными словами, громкость является сравнительной характеристикой и оценивается с участием интеллектуальной системы человека. Начальные уровни принято задавать в виде громкостей гармонических воздействий частоты 1000 Гц определенной интенсивности в децибелах, которые в этом случае используются в качестве единицы громкости – фон. Важность понятия кривых равной громкости иллюстрирует их стандартизация в виде национального стандарта Российской Федерации [ГОСТ Р ИСО 226-2009, 2010]. На рис.6 ниже качественно воспроизведены кривые рисунков А.1 источника [ГОСТ Р ИСО 226-2009, 2010] и 46.1 работы [Цвикер, 1971], которые построены на основе аналитических аппроксимаций результатов экспериментальных исследований различных авторов. В этом случае также принято ограничиваться частотой воздействий не выше 12000 Гц, так как выше этого значения экспериментальные данные слишком изменчивы [ГОСТ Р ИСО 226-2009, 2010].

Важно также отметить, что интенсивности гармонических воздействий на слуховую систему человека ограничены сверху возникающими болевыми ощущениями. Эти пределы сверху зависят от частот воздействий и называются болевыми порогами. Величины этих пределов ( $q_{\max}$ ) для сигналов различных частот отличаются и находятся в следующих пределах (интенсивность воздействия отсчитывается по отношению к интенсивности порога слышимости, причем наибольшее значение допускается в районе 1000 Гц)

$$120 \leq q_{\max} \leq 130 \text{ db} . \quad (1)$$

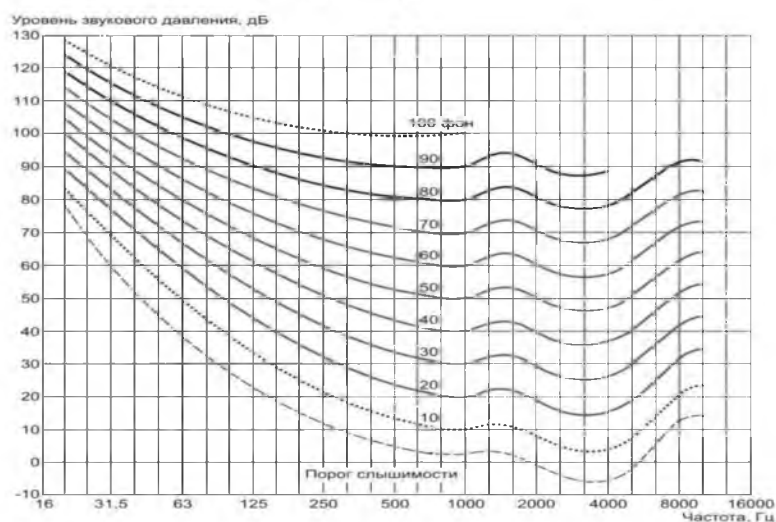


Рис.6. Аппроксимации экспериментальных кривых равной громкости гармонических сигналов различной частоты

Fig. 6. Approximations of experimental curves of equal loudness for harmonic signals



В качестве характерной черты кривых на рис. 6 можно отметить минимумы в районе частоты 3000Гц.

### **5. Интегрирование по частоте (критические полосы слуха, шкала барков, частотное разрешение)**

Установлено, что ощущаемая человеком громкость акустического воздействия при одной и той же интегральной интенсивности зависит от ширины занимаемой им полосы частот. Это явление интерпретируется в терминах образования частотных групп [Цвикер, 1971], что, по-видимому, обусловлено пересечениями частотных характеристик сечений базилярной мембраны (см. рис. 2).

### **6. Основные требования к модели частотных характеристик поперечных волокон базилярной мембраны**

Известно [Молчанов, 1978; Цвикер, 1971; Zwicker 1961], что основным элементом базилярной мембраны являются поперечные волокна, которые возбуждаются при распространении поперечных волн в перелимфе и воздействуют на чувствительные клетки кортиевого органа, которые в свою очередь соединены с нейронами, передающими информацию в слуховой центр мозга человека. Важно отметить, что согласно современным воззрениям [Цвикер, 1971] в слуховом центре отражаются как интенсивность, так и место колебаний мембраны. Важно отметить, что судя по рис. 1 поперечные волокна воспринимают колебания перилимфы с различными частотами. Вместе с тем с каждым сечением мембраны можно связать некоторую частоту колебаний соответствующего поперечного волокна, когда амплитуда их достигает максимального значения. В дальнейшем частоты колебаний, когда достигаются максимальные амплитуды (резонансные частоты), обозначим символом  $z$ , предполагая выполнение неравенства

$$50 = Z_{\min} \leq z \leq Z_{\max} = 16000 \text{ Гц.} \tag{2}$$

Численные значения границ изменений резонансных частот введены на основе известных эмпирических данных [Цвикер, 1971]. Установлено, что резонансные частоты убывают с удалением от овального окна по направлению к геликоте́рме.

Пусть далее символ  $v$  означает частоты синусоидального (гармонического) воздействия на овальное окно, которое при определенной длительности вызывает синусоидальные поперечные волны в перилимфе. Известно, что слух человека воспринимает воздействия, удовлетворяющие неравенству

$$20 = V_{\min} \leq v \leq V_{\max} = 20000. \tag{3}$$

Именно волны перелимфы воспринимаются поперечными волокнами. Прежде всего заметим, что глубина проникновения волн вдоль базилярной мембраны зависит от интенсивности воздействия, так что меньшие интенсивности смещают резонансные частоты в сторону большую чем частоты воздействий. Этот эффект можно выразить с помощью следующего соотношения

$$z = \gamma v, \tag{4}$$

где для параметра  $\gamma$  выполняется неравенство

$$1 \leq \gamma. \tag{5}$$

Представляется оправданным предположение о том, что этот параметр достигает единицы тогда, когда интенсивность воздействия  $q$  достигает значения болевого порога, т.е. когда

$$q = q_{\max}. \tag{6}$$

Для вычисления его значений предлагается использовать следующее соотношение



$$\gamma = (q_{\max} / q)^{1/2D}, \quad (7)$$

где  $D = \log_2(Z_{\max})$ .

Отметим, что использование здесь двоичного логарифма соответствует широко используемой октавной шкале, что обосновывается различными экспериментально установленными свойствами восприятия звука.

Отметим, что соотношение (7) также нетрудно представить в октавном виде

$$\gamma = 2^G, \quad (8)$$

где

$$G = 0.5 * (\log_2(q_{\max}) - \log_2(q)) / \log_2(Z_{\max}). \quad (9)$$

Пусть теперь на слуховую систему воздействует акустический сигнал  $x(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ , спектр которого в базисе Фурье имеет вид

$$X(v) = \int_0^T x(t) \exp(-j2\pi vt) dt. \quad (10)$$

Для количественного описания (моделирования) взаимодействия поперечных волокон с возбуждаемыми движениями перилимфы предлагается использовать следующее соотношение

$$P(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(z, v) |X(v)|^2 dv. \quad (11)$$

Здесь  $f^2(z, v)$ - квадрат модуля частотной характеристики соответствующего поперечного волокна, поэтому должно выполняться условие четности

$$f^2(z, -v) = f^2(z, v). \quad (12)$$

Следовательно, модель (11) определяет энергию, которую поперечное волокно отбирает из волны перилимфы. Пусть воздействие имеет постоянную спектральную плотность в частотной полосе (3), т.е.

$$|X(v)|^2 \equiv 0,5 \|x\|^2 / (V_{\max} - V_{\min}), \quad (13)$$

причем равенство Парсеваля имеет вид

$$\|x\|^2 = \int_0^T x^2(t) dt = 2 \int_{V_{\min}}^{V_{\max}} |X(v)|^2 dv. \quad (14)$$

Тогда соотношение (11) дает

$$P(z) = \|x\|^2 \int_{V_{\min}}^{V_{\max}} f^2(v, z) dv / (V_{\max} - V_{\min}), \quad Z_{\min} \leq z \leq Z_{\max}.$$

Представляется адекватным предположение о том, что при выполнении (13) все поперечные волокна отбирают одинаковые энергии, т. е. должны выполняться равенства

$$F(z) = \int_{V_{\min}}^{V_{\max}} f^2(v, z) dv = c = const, \quad Z_{\min} \leq z \leq Z_{\max}. \quad (15)$$

В свою очередь при гармоническом синусоидальном воздействии, когда

$$x(t) = a \sin(2\pi vt), \quad (16)$$

а спектральная плотность воздействия большой длительности аппроксимируется с помощью так называемых дельта- функций Дирака [Кеч, 1978], соотношение (12) дает

$$P_v^a(z) = a^2 (f^2(z, -v) + f^2(z, v)) / 2.$$

Имея в виду соотношение (12), получаем



$$P_v^a(z) = a^2 f^2(z, v). \tag{17}$$

Так как с каждым из поперечных волокон в слуховом центре ассоциируется некоторая частота, то интегралы следующего вида

$$W(v) = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} z P_v^1(z) dz = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} z f^2(z, v) dz \tag{18}$$

определяют некоторую среднюю частоту, которую естественно считать ощущаемой высотой звука при гармоническом воздействии вида (16).

В свою очередь при фиксированной частоте и амплитуде гармонического воздействия характеристика  $P_v^a(z)$  (17), как функция переменной  $z$ , определяет соответствующую кривую маскировки для другого тестового гармонического сигналов, частоты которых определяются соотношением (4).

Пусть теперь воздействие представляет собой узкополосный шум с постоянной спектральной плотностью в некотором частотном интервале, т.е. когда

$$|X(v)|^2 = 0,5 \|x\|^2 / (V_2 - V_1), \tag{20}$$

$$|X(v)|^2 \equiv 0, v \notin (V_1, V_2). \tag{21}$$

Тогда кривая маскировки для тестовых гармонических сигналов принимает вид:

$$R(v) = \|x\|^2 \int_{V_1}^{V_2} f^2(\gamma v, v_1) / (V_2 - V_1) dv_1. \tag{22}$$

При описании свойств базилярной мембраны (см., например, [Молчанов, 1978; Цвикер, 1971; Zwicker 1961]) отмечается, что концы поперечных волокон закреплены не жестко. Это позволяет для их характеристики их колебаний воспользоваться аналогий с тонкими балками, концы которых свободно опираются на две опоры. Как показано в работе [Farlow, 1982], частоты собственных колебаний таких балок равны квадратам частот колебаний струн. Таким образом, частотные характеристики поперечных волокон мембраны должны определяться через отношения квадратов частот воздействий и резонансных частот:

$$x^2 = (\gamma v / z)^2. \tag{23}$$

В данной работе для аппроксимации частотных характеристик предлагается следующее соотношение:

$$f(v, z) = (\gamma v / z) \exp(-c(\gamma v / z)^2 (1 - (\gamma v / z)^2)^2 / 4) (\gamma v / z)^{1/2}, \tag{24}$$

где

$$c = \ln(qZ \max) / 2.$$

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-07-01570-а.

### Список литературы

#### References

1. Бабаринов С.Л., Будникова М.А., 2014. О распознавании речи. Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. 21(192): 182-185.  
Babarinov S.L., Budnikova M.A., 2014. About speech recognition. Nauchnye vedomosti BelGU. Istoriya. Politologiya. Ekonomika. Informatika. [Belgorod State University Scientific Bulletin. History Political science Economics Information technologies]. 21(192): 182-185.
2. ГОСТ Р ИСО 226-2009 Акустика. Стандартные кривые равной громкости. Стандартиформ, М., 2010.  
GOST R ISO 226-2009 Acoustics. Standard curves of equal loudness. Standartinform, Moscow, 2010.
3. Жилияков Е.Г., Белов С.П., Черноморец А.А., 2010. Вариационные методы анализа сигналов на основе частотных представлений. Вопросы радиоэлектроники, 4(1): 10-25.





- Zhiljakov E.G., Belov S.P., Chernomorec A.A., 2010. Variacionnyye metody analiza signalov na osnove chastotnyh predstavlenij [Variational methods for analyzing signals based on frequency representations] *Voprosy radioelektroniki*, 4(1): 10-25.
4. Жилияков Е.Г., 2007. Вариационные методы анализа и построения функций по эмпирическим данным: моногр. Белгород, Изд-во БелГУ, 160.
- Zhiljakov E.G., 2007. Variational methods of analysis and construction of functions based on empirical data. Belgorod, Izd-vo BelSU, 160.
5. Кеч В., Теодореску П., 1978. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. Перевод с румынского. М., Мир, 520.
- Kech V., Teodoresku P., 1978. Introduction to the theory of generalized functions with applications in engineering. Translation from Romanian. M., Mir, 520.
6. Молчанов А.П., Бабкина Л.Н., 1978. Электрические модели улитки органа слуха. Л., Наука, 181.
- Molchanov A.P., Babkina L.N., 1978. Electric models of the cochlea of the organ of hearing. L., Nauka, 181.
7. Цвикер Э., Фельдкеллер Р., 1971. Ухо как приемник информации. Перевод с немецкого под редакцией Б.Г. Белкина. М., Связь.
- Cviker Je., Fel'dkeller R. 1971. Ear as a receiver of information. M., Svjaz'
8. Шредер М. 1975. Модели слуха. ТИИЭР. М., Мир, 63(9)
- Shreder M. 1975. Hearing models. TIIEP. M., Mir, 63(9)
9. Aho A., Hopcroft J., Ullman J., 1974. The Design and Analysis of Computer Algorithms. Addison-Wesley Publishing Company.
10. Farlow Stanley J. 1982. Partial Differential Equations for Scientists and Engineers. John Wiley & Sons, Inc., 414.
11. Giannakopoulos T. Introduction to Audio Analysis: A Matlab Approach 1st Edition. Theodoros Giannakopoulos, Aggelos Pikrakis. Academic Press; 1 edition (April 21, 2014), 288.
12. Hermann von Helmholtz, 1954. On the sensations of tone: as a physiological basis for the theory of music. Print book. English. 2nd ed. N.Y., Dover, 85.
13. Huang X.D., Acero A., Hsiao-Wuen Hon. 2001. Spoken Language Processing: A Guide to Theory, Algorithm and System Development. Prentice Hall PTC, New Jersey.
14. Hugo Fastl, Eberhard Zwicker Psychoacoustics: Facts and Models, 3rd ed. Springer, 2007, 462.
15. Ochner J.P.A., Burger J.F., 1961 Form of the loudness function in the presence of masking noise *J. Acoust. Soc. Am.*, 33: 1705-1707
16. Rabiner L.R., Schafer R.W. Digital Signal Processing. Pearson; US edition. September 15, 1978, 962.
17. Stevens S.S., Volkman J. Newman E.B., 1936. A Scale for the Measurement of the Psychological Magnitude Pitch . *The Journal of the Acoustical Society of America*. 8(3), 10.1121/1.1915893
18. Zwicker E., 1961, Subdivision of the audible frequency range into critical bands, Eberhard Zwicker. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 33, 248.
19. Zwicker E., Feldkeller R., 1967. Das Ohr als Nachrichtenempfänger. Stuttgart: Hirzel Verlag. Seite, 232.
20. Zwislocki J.J., Hellman R.P., 1960. On the psychophysical law. *J. Acoust. Soc. Am.*, 32, 924.
21. Jayant N., Johnston J., Safranek R., 1992. Signal Compression Based on Models of Human Perception, October, 347.