

Спектрально-угловые плотности переходного излучения и дифрагированного переходного излучения релятивистских электронов в периодической слоистой среде

Носков А. В.¹, Киперша В. К.², Плесканев А. А.², Блажевич С. В.³, Ильинский Р. Ю.³,
Волошкина Е. В.³

¹Московский технический университет связи и информатики,
Россия, 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, 8а

²Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова,
Россия, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46

³Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85
a.v.noskov@mtuci.ru

Аннотация. Развита динамическая теория дифрагированного переходного излучения и переходного излучения пучка релятивистских электронов, пересекающих пластинку из периодической слоистой среды в геометрии рассеяния Брэгга в условиях асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности пластины. Учитывается поглощение излучения слоистой структурой. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции рентгеновских волн в периодической слоистой среде получены выражения, описывающие спектрально-угловые плотности переходного излучения (ПИ) и дифрагированного переходного излучения (ДПИ).

Ключевые слова: дифрагированное переходное излучение, переходное излучение, релятивистский электрон, асимметрия отражения, спектрально-угловая плотность

Для цитирования: Носков А. В., Киперша В. К., Плесканев А. А., Блажевич С. В., Ильинский Р. Ю., Волошкина Е. В. 2024. Спектрально-угловые плотности переходного излучения и дифрагированного переходного излучения релятивистских электронов в периодической слоистой среде. *Прикладная математика & Физика*, 56(1): 66–74.
DOI 10.52575/2687-0959-2024-56-1-66-74

Short Communication

Spectral-angular Densities of Transition Radiation and Diffracted Transition Radiation of Relativistic Electrons in a Periodic Layered Medium

Anton V. Noskov¹, Vladislav K. Kipersha², Aleksey A. Pleskanev², Sergey V. Blazhevich³,
Roman Yu. Ilyinsky³, Elena V. Voloshkina³

¹Moscow Technical University of Communications and Informatics,
8a Aviamotornaya St., Moscow, 111024, Russia

²Belgorod State Shukhov's Technological University,
46 Kostyukova St., Belgorod, 308012, Russia

³Belgorod National Research University,
85 Pobedy St., Belgorod, 308015, Russia
a.v.noskov@mtuci.ru

Abstract. A dynamic theory of diffracted transition radiation and transition radiation of a beam of relativistic electrons crossing a plate from a periodic layered medium in the Bragg scattering geometry under conditions of asymmetric reflection of the electron field relative to the surface of the plate has been developed. The absorption of radiation by the layered structure is taken into account. Within the framework of the two-wave approximation of the dynamic theory of diffraction of X-ray waves in a periodic layered medium, expressions describing the spectral-angular densities of transition radiation (TR) and diffracted transition radiation (DTR) are obtained.

Keywords: Diffracted Transition Radiation, Transition Radiation, Relativistic Electron, Reflection Asymmetry, Spectral-angular Density

For citation: Noskov A. V., Kipersha V. K., Pleskanev A. A., Blazhevich S. V., Ilyinsky R. Yu., Voloshkina E. V. 2024. Spectral-angular Densities of Transition Radiation and Diffracted Transition Radiation of Relativistic Electrons in a Periodic Layered Medium. *Applied Mathematics & Physics*, 56(1): 66–74. (in Russian)
DOI 10.52575/2687-0959-2024-56-1-66-74

1. Введение. При пересечении заряженной частицы границы раздела двух различных сред возникает переходное излучение (ПИ) [1, 2]. В работах [3, 4] было показано, что в монокристаллической мишени ПИ от передней границы может дифрагировать в направлении рассеяния Брэгга на атомных плоскостях монокристалла. При этом образуется дифрагированное переходное излучение (ДПИ), которое в геометрии рассеяния Брэгга выходит из мишени через переднюю границу. В недавних работах [5, 6, 7] ДПИ рассматривалось в монокристалле в случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени. Дифрагированное переходное излучение в периодической слоистой среде с двумя разными слоями на периоде в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции впервые рассматривалось в работе [8]. По аналогии с монокристаллом ДПИ генерируется вследствие дифракции на слоях мишени переходного излучения, генерируемого на входной поверхности мишени.

ДПИ релятивистского электрона в периодической слоистой среде для общего случая асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени в геометрии рассеяния Лауэ впервые рассматривалось в работе [9], а в геометрии рассеяния Брэгга в работах [10, 11].

Переходное излучение в монокристаллической пластине в общем случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени впервые рассматривалось в работах [12, 13]. В периодической слоистой среде ПИ в условиях асимметричной дифракции в геометриях рассеяния Лауэ и Брэгга впервые рассматривалось в работах [14, 15], однако в них не учитывалось поглощение рентгеновского излучения материалом среды.

В настоящей работе рассматривается ПИ и ДПИ релятивистских электронов, пересекающих мишень из периодической слоистой среды с двумя слоями на периоде в геометрии рассеяния Брэгга в общем случае асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ДПИ и ПИ с учетом их фотопоглощения слоистой структуры.

2. Геометрия излучения электронов в периодической слоистой среде. Рассмотрим излучение пучка релятивистских электронов, которые пересекают пластинку из периодической слоистой среды в геометрии рассеяния Брэгга (Рис.1).

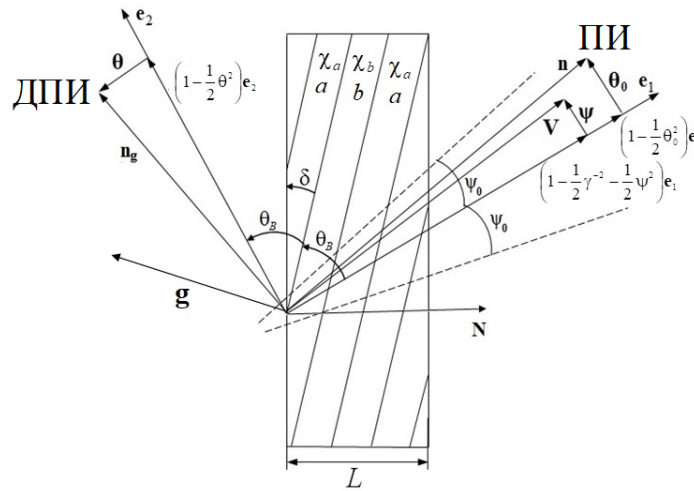


Рис. 1. Геометрия процесса излучения
Fig. 1. Geometry of the radiation process

Периодическая слоистая среда состоит из слоев с толщинами a и b , и соответственно диэлектрическими восприимчивостями χ_a и χ_b , $T = a + b$ – период слоистой среды. Слои мишени находятся под произвольным углом δ к поверхности пластинки (Рис.1), что означает асимметричное отражение поля электрона относительно поверхности мишени. Введем угловые переменные Ψ , Θ и Θ_0 согласно выражениям:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\Psi^2\right) \mathbf{e}_1 + \Psi, & \mathbf{e}_1 \Psi &= 0, \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\Theta_0^2\right) \mathbf{e}_1 + \Theta_0, & \mathbf{e}_1 \Theta_0 &= 0, & \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 &= \cos 2\theta_B, \\ \mathbf{n}_g &= \left(1 - \frac{1}{2}\Theta^2\right) \mathbf{e}_2 + \Theta, & \mathbf{e}_2 \Theta &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

\mathbf{V} – скорость электрона, \mathbf{n} – направление импульса излученного вблизи направления вектора скорости электрона фотона, \mathbf{n}_g – направление импульса излученного фотона вблизи направления рассеяния

Брэгга, Θ – угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения \mathbf{e}_2 , Ψ – угол отклонения рассматриваемого электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , Θ_0 – угол между направлением распространения падающего фотона и осью \mathbf{e}_1 , $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$ – Лоренц-фактор электрона. Угловые переменные рассматриваются в виде суммы составляющих, параллельных и перпендикулярных плоскости рисунка: $\Theta = \Theta_{\parallel} + \Theta_{\perp}$, $\Theta_0 = \Theta_{0\parallel} + \Theta_{0\perp}$, $\Psi = \Psi_{\parallel} + \Psi_{\perp}$. Вектор \mathbf{g} (Рис.1) аналогичен вектору обратной решетки в кристалле – он перпендикулярен слоям мишени и его длина равна $g = \frac{2\pi n}{T}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

3. Амплитуды напряженностей электрических полей ПИ и ДПИ. Рассмотрим уравнение для Фурье-образа электрического поля, возбуждаемого электроном в периодической слоистой среде, которое следует из системы уравнений Максвелла:

$$(k^2 - \omega^2(1 + \chi_0)) \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} - \mathbf{k}(\mathbf{k} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}) - \omega^2 \sum_{\mathbf{g} \neq 0} \chi_{-\mathbf{g}} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}} = 4\pi i \omega \mathbf{J}(\mathbf{k}, \omega), \quad (2)$$

где $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} = \int dt d^3r \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$, $\mathbf{J}_{\omega, \mathbf{k}} = 2\pi e \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V})$ – Фурье-образы напряженности электрического поля и плотности тока излучающего электрона, $\chi_0(\omega)$ – средняя диэлектрическая восприимчивость в ПСС, $\chi_{\mathbf{g}}$ и $\chi_{-\mathbf{g}}$ коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости по векторам \mathbf{g} : $\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(-i\mathbf{g}\mathbf{x})$. Для рассматриваемой структуры параметры рассеяния и поглощения рентгеновских волн принимают вид:

$\chi_0(\omega) = (a\chi_a + b\chi_b)/T$, $\chi_{\mathbf{g}} = (\chi_b - \chi_a)(1 - e^{i\mathbf{g}\mathbf{a}})/i\mathbf{g}T$. Из этих выражений следуют соотношения:

$$\chi'_0 = \frac{a}{T}\chi'_a + \frac{b}{T}\chi'_b, \chi''_0 = \frac{a}{T}\chi''_a + \frac{b}{T}\chi''_b, |\chi'_{\mathbf{g}}| = \frac{2}{gT} \left| \sin\left(\frac{g\mathbf{a}}{2}\right) (\chi'_b - \chi'_a) \right|, |\chi''_{\mathbf{g}}| = \frac{2}{gT} \left| \sin\left(\frac{g\mathbf{a}}{2}\right) (\chi''_b - \chi''_a) \right| \quad (3)$$

Так как электрическое поле релятивистского электрона практически поперечно, представим Фурье-образ вектора его напряженности в виде:

$$\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} = E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} \mathbf{e}^{(1)} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \mathbf{e}^{(2)}, \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}} = E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(1)} \mathbf{e}_g^{(1)} + E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(2)} \mathbf{e}_g^{(2)}. \quad (4)$$

Векторы поляризации $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}^{(2)}$ перпендикулярны волновому вектору \mathbf{k} , а векторы $\mathbf{e}_g^{(1)}$ и $\mathbf{e}_g^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Векторы поляризации $\mathbf{e}^{(2)}$ и $\mathbf{e}_g^{(2)}$ лежат в плоскости векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g соответствующие им напряженности электрического поля π -поляризованные. $\mathbf{e}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_g^{(1)}$ перпендикулярны плоскости волновых векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g , а напряженности σ -поляризованные. Подставляя (4) в (2), в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции, в которой значимы две волны – падающая и отражённая, получим систему уравнений для Фурье-образов напряженностей электрических полей $E_{\omega, \mathbf{k}}^{(s)}$ и $E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(s)}$:

$$\begin{aligned} (k^2 - \omega^2(1 + \chi_0(\omega))) E_{\omega, \mathbf{k}}^{(s)} - \omega^2 \chi_{-\mathbf{g}}(\omega) E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(s)} C^{s, \tau} &= 8\pi^2 i e \omega \mathbf{e}^{(s)} \mathbf{V} \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ ((\mathbf{k} + \mathbf{g})^2 - \omega^2(1 + \chi_0(\omega))) E_{\omega, \mathbf{k} + \mathbf{g}}^{(s)} - \omega^2 \chi_{\mathbf{g}}(\omega) E_{\omega, \mathbf{k}}^{(s)} C^{s, \tau} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь введены следующие обозначения: $C^{s, \tau} = \mathbf{e}_g^{(s)} \mathbf{e}^{(s)} = (-1)^\tau C^{(s)}$, $C^{(1)} = 1$, $C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|$, которые при значениях параметров $s = 1$ и $\tau = 2$ описывают напряженности σ -поляризованных электрических полей. При значениях параметра $s = 2$ напряженности электрических полей будут π -поляризованными. В случае значения угла Брэгга: $2\theta_B < \frac{\pi}{2}$, параметр τ имеет значение: $\tau = 2$. Если $2\theta_B \geq \frac{\pi}{2}$, то параметр $\tau = 1$, где θ_B – угол Брэгга.

Решим следующее из системы (5) дисперсионное уравнение для рентгеновских волн в периодической слоистой среде:

$$(\omega^2(1 + \chi_0) - k^2) (\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2) - \omega^4 \chi_{-\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)2} = 0. \quad (6)$$

Длины волновых векторов имеют вид: $k = \omega\sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0$, $k_g = \omega\sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_g$, где неизвестные динамические добавки λ_0 и λ_g . Учтем соотношение, связывающее динамические добавки [16]: $\lambda_g = \frac{\omega\beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_g}{\gamma_0}$. Где

$\beta = \alpha - \chi_0 \left(1 - \frac{\gamma_g}{\gamma_0}\right)$, $\alpha = \frac{1}{\omega^2} (k_g^2 - k^2)$, $\gamma_0 = \cos \varphi_0$, $\gamma_g = \cos \varphi_g$, φ_0 – угол между волновым вектором подающей волны $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$ и вектором нормали к поверхности пластинки \mathbf{N} , φ_g – угол между волновым вектором $\mathbf{k}_g = k_g \mathbf{n}_g$ и вектором нормали (см. рис.1). Так как динамические добавки малы $|\lambda_0| \ll \omega$, $|\lambda_g| \ll \omega$, можно показать, что $\theta_0 \approx \theta$ (см. рис.1), и поэтому в дальнейшем будем это использовать.

Решая уравнение (6) относительно λ_0 и λ_g , получим выражения, описывающие динамические добавки для падающего и дифрагированного фотонов в периодической слоистой среде:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \frac{1}{2\varepsilon L_{ext}^{(s)}} \left(\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \pm K^{(s)} \right), \quad (7)$$

$$\lambda_0^{(1,2)} = \frac{1}{2L_{ext}^{(s)}} \left(\xi^{(s)}(\omega) - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \pm K^{(s)} \right), \quad (8)$$

при этом заметим, что дисперсионное уравнение (6) дает только два значимых решения в рентгеновской области частот, так как выполняются неравенства: $\lambda_0^2 \ll 2\omega\lambda_0$ и $\lambda_g^2 \ll 2\omega\lambda_g$. В выражениях (7–8) приняты обозначения:

$$\begin{aligned} \xi^{(s)}(\omega) &= \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2\pi^2 n^2}{T^2 \omega_B} L_{ext}^{(s)} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_B} \left(1 - \theta_{\parallel} \sqrt{\frac{T^2 \omega_B^2}{\pi^2 n^2} - 1} \right) \right), \\ L_{ext}^{(s)} &= \frac{1}{\omega} \frac{\pi n}{\left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right) \right| |\chi'_2 - \chi'_1| C^{(s)}}, \quad \omega_B = \frac{\pi n}{T \sin \theta_B}, \quad \varepsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)}, \\ K^{(s)} &= \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)}(\omega) - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)2} \left(\frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon \right)}, \\ \nu^{(s)} &= \frac{C^{(s)} \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right) \right|}{\frac{\pi n}{1+r}} \left| \frac{\chi'_2 - \chi'_1}{\chi'_1 + r\chi'_2} \right|, \quad \kappa^{(s)} = \frac{C^{(s)} \left| \sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right) \right|}{\frac{\pi n}{1+r}} \left| \frac{\chi''_2 - \chi''_1}{\chi''_1 + r\chi''_2} \right|, \\ \rho^{(s)} &= \frac{L_{ext}^{(s)}}{L_{abs}}, \quad \chi'_0 = \frac{l_1 \chi'_1 + l_2 \chi'_2}{T}, \quad r = \frac{l_2}{l_1}, \quad L_{abs} = \frac{1+r}{\omega(\chi''_1 + r\chi''_2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Решение первого уравнения системы (5) для падающего поля в вакууме имеет вид:

$$E_0^{(s)vac} = \frac{8\pi^2 i e V \Omega^{(s)}}{\omega} \frac{1}{\frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} \left(-\chi_0(\omega) - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \right)} \delta(\lambda_g^* - \lambda_g), \quad (10)$$

где $\lambda_g^* = \frac{\omega\beta}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \left(\frac{\gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 - \chi_0}{2} \right)$, $\Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}$, $\Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}$.

Решение системы уравнений (5) для дифрагированного поля в рассматриваемой периодической слоистой среде имеет вид:

$$\begin{aligned} E_g^{(s)medium} &= \frac{8\pi^2 i e V \Omega^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) (\lambda_g - \lambda_g^{(2)})} \delta(\lambda_g^* - \lambda_g) + \\ &+ E_g^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) + E_g^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}), \end{aligned} \quad (11)$$

где $E_g^{(s)(1)}$ и $E_g^{(s)(2)}$ – свободные поля, соответствующие двум решениям (8) дисперсионного уравнения (6).

Дифрагированное поле в вакууме запишем в следующем виде: $E_g^{(s)vac} = E_{Rad}^{(s)} \delta\left(\lambda_g + \frac{\omega\chi_0}{2}\right)$, где $E_{Rad}^{(s)}$ – искомое поле излучения. Выражение, связывающее дифрагированное и падающее поля в среде, следует из второго уравнения системы (5): $E_0^{(s)medium} = \frac{2\omega\lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}} E_g^{(s)medium}$.

Воспользовавшись граничными условиями на входной и выходной поверхностях мишени:

$$\int E_0^{(s)vac} d\lambda_g = \int E_0^{(s)medium} d\lambda_g, \quad \int E_g^{(s)vac} d\lambda_g = \int E_g^{(s)medium} d\lambda_g, \quad \int E_g^{(s)medium} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} L\right) d\lambda_g = 0,$$

получим выражение для Фурье-образа напряженности электрического поля излучения из периодической слоистой среды в направлении \mathbf{k}_g :

$$E_{ДПИ}^{(s)} = \frac{8\pi^2 i e \Omega^{(s)}}{\omega} \varepsilon \left[\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda - \chi_0} \right] \left(\frac{e^{-ib^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} - e^{ib^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}}}{\Delta^{(s)}} \right). \quad (12)$$

Аналогично находим Фурье-образ напряженности электрического поля в направлении \mathbf{k} :

$$E_{\text{ПИ}}^{(s)} = -\frac{8\pi^2 i e \Omega_0^{(s)}}{\omega} e^{\frac{i\omega\Lambda_0}{2\sin(\delta+\theta_B)} L} \left[\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda_0 - \chi'_0} \right] \left[\frac{2K^{(s)} e^{-ib^{(s)} \left(\sigma_0^{(s)} + \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} \right)}}{\Delta^{(s)}} + 1 \right]. \quad (13)$$

В выражениях (12) и (13) введены следующие обозначения:

$$\Omega_0^{(1)} = \theta_{0\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega_0^{(2)} = \theta_0 - \psi, \quad \Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \theta + \psi, \quad \Lambda_0 = \gamma^{-2} + (\theta_{0\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{0\parallel} - \psi_{\parallel})^2,$$

$$\Lambda = \gamma^{-2} + (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2, \quad b^{(s)} = \frac{L_e}{2L_{ext}^{(s)}}, \quad L_e = \frac{L}{\sin(\delta + \theta_B)},$$

$$\sigma_0^{(s)} = \frac{1}{|\chi'_g| C^{(s)}} (\gamma^{-2} + (\theta_{0\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_0 - \psi)^2 - \chi'_0),$$

$$\Delta^{(s)} = \left(\xi^{(s)} - i \frac{\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} - K^{(s)} \right) e^{-ib^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} - \left(\xi^{(s)} - i \frac{\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} + K^{(s)} \right) e^{ib^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}}, \quad (14)$$

$\eta^{(s)}(\omega)$ – является быстрой функцией от частоты ω и ее удобно рассматривать в качестве спектральной переменной. Параметр ε характеризует асимметрию отражения излучения относительно поверхности мишени и при фиксированном угле Брэгга θ_B определяет угол δ . Параметр $\rho^{(s)}$ характеризует поглощение рентгеновского излучения в слоистой среде. Параметр $\nu^{(s)}$ определяет степень отражения рентгеновского излучения от слоистой структуры, которая обуславливается конструктивной ($\nu^{(s)} \approx 1$) или деструктивной ($\nu^{(s)} \approx 0$) интерференцией волн, отраженных от разных плоскостей. Параметр $\kappa^{(s)}$ характеризует расположения пучностей стоячих волн относительно слоев мишени.

4. Спектрально-угловые плотности излучений. Найдем спектрально-угловые плотности ПИ и ДПИ с учетом асимметрии отражения (параметр ε) и фотопоглощения излучения в веществе (параметр $\rho^{(s)}$). Подставим амплитуды Фурье-образов напряженностей электрического поля ПИ и ДПИ (12) и (13) в выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения [17]:

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ПИ, ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \left| E_{\text{ПИ, ДПИ}}^{(s)} \right|^2. \quad (15)$$

Получены выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ДПИ и ПИ:

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ДПИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_{\parallel}} = \frac{e^2}{\pi^2} \left(\frac{\Omega^{(s)}}{\Lambda} - \frac{\Omega^{(s)}}{\Lambda - \chi'_0} \right)^2 R_{\text{ДПИ}}^{(s)}, \quad (16)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{(s)} = \varepsilon^2 \left| \frac{e^{-ib^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} - e^{ib^{(s)} \frac{K^{(s)}}{\varepsilon}}}{\Delta^{(s)}} \right|^2, \quad (17)$$

$$\omega \frac{d^3 N_{\text{ПИ}}^{(s)}}{d\omega d\theta_{\perp} d\theta_0} = \frac{e^2}{\pi^2} \left(\frac{\Omega_0^{(s)}}{\Lambda_0} - \frac{\Omega_0^{(s)}}{\Lambda_0 - \chi'_0} \right)^2 R_{\text{ПИ}}^{(s)}, \quad (18)$$

$$R_{\text{ПИ}}^{(s)} = 1 + R_1^{(s)} + R_{int}^{(s)},$$

$$R_1^{(s)} = 4 \left| \frac{K^{(s)} e^{-ib^{(s)} \left(\sigma_0^{(s)} + \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} \right)}}{\Delta^{(s)}} \right|^2, \quad R_{int}^{(s)} = 4\text{Re} \left[\frac{K^{(s)} e^{-ib^{(s)} \left(\sigma_0^{(s)} + \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} \right)}}{\Delta^{(s)}} \right]. \quad (19)$$

Выражения $R_{\text{ДПИ}}^{(s)}$ и $R_{\text{ПИ}}^{(s)}$ являются спектральными функциями, описывающими спектры ДПИ и ПИ. При этом в спектральную функцию переходного излучения $R_{\text{ПИ}}^{(s)}$ вносят вклад спектральные функции: $R_1^{(s)}$ и $R_{int}^{(s)}$. $R_1^{(s)}$ описывает спектр ПИ сгенерированного на передней границы мишени, далее испытавшего динамическую дифракцию на слоях мишени и вышедшего за заднюю границу мишени. $R_{int}^{(s)}$ описывает влияние на суммарную спектральную плотность интерференции переходных излучений.

Для рассматриваемых рентгеновских волн коэффициент поглощения в периодической слоистой среде $\rho^{(s)} \ll 1$. Вычислим в этом случае спектральную функцию ДПИ (17) для случая, когда спектральная переменная принимает значения из промежутков $\xi^{(s)}(\omega)^2 > \varepsilon$ и $\xi^{(s)}(\omega)^2 < \varepsilon$. Выражение для спектральных функций (17) принимает вид:

$$R_{\text{ДПИ}}^{\xi^2 > \varepsilon} = \varepsilon^2 \frac{e^{-2\frac{N^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}} + e^{2\frac{N^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}} - 2 \cos\left(\frac{2}{\varepsilon}\left(\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_{\rho}^{(s)}\right)b^{(s)}\right)}{M_1^{(s)}}, \quad (20)$$

$$R_{\text{ДПИ}}^{\xi^2 < \varepsilon} = \varepsilon^2 \frac{e^{2\frac{\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2} + F_{\rho}^{(s)}}}{\varepsilon}b^{(s)}} + e^{-2\frac{\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2} + F_{\rho}^{(s)}}}{\varepsilon}b^{(s)}} - 2 \cos\left(\frac{2N^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}\right)}{M_2^{(s)}}. \quad (21)$$

В полученных выражениях введены обозначения:

$$M_1^{(s)} = \left[\Sigma_2^{(s)2} + F_2^{(s)2} \right] e^{-2\frac{N^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}} + \left[\Sigma_1^{(s)2} + F_1^{(s)2} \right] e^{2\frac{N^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}} - 2 \left[\Sigma_1^{(s)}\Sigma_2^{(s)} + F_1^{(s)}F_2^{(s)} \right] \cos\left(\frac{2b^{(s)}\left(\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_{\rho}^{(s)}\right)}{\varepsilon}\right) - 2 \left[2N^{(s)}\xi^{(s)} - \rho^{(s)}(1 + \varepsilon)\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right] \sin\left(\frac{2b^{(s)}\left(\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_{\rho}^{(s)}\right)}{\varepsilon}\right), \quad (22)$$

$$M_2^{(s)} = \left[\left(\xi^{(s)} + N^{(s)}\right)^2 + N_1^{(s)2} \right] e^{2b^{(s)}\frac{\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}}}{\varepsilon}} + \left[\left(\xi^{(s)} - N^{(s)}\right)^2 + N_2^{(s)2} \right] e^{-2b^{(s)}\frac{\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}}}{\varepsilon}} - 2 \left[\xi^{(s)2} - N^{(s)2} - N_1^{(s)}N_2^{(s)} \right] \cos\left(2b^{(s)}\frac{N^{(s)}}{\varepsilon}\right) + 2 \left[2\xi^{(s)}\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}} - \rho^{(s)}(1 + \varepsilon)N^{(s)} \right] \sin\left(2b^{(s)}\frac{N^{(s)}}{\varepsilon}\right), \quad (23)$$

где:

$$N^{(s)} = \frac{\rho^{(s)}}{2} \left(\frac{(1 + \varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon}{\sqrt{|\xi^{(s)2} - \varepsilon|}} \right), \quad \Sigma_1^{(s)} = \xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + F_{\rho}^{(s)},$$

$$\Sigma_2^{(s)} = \xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} - F_{\rho}^{(s)}, \quad F_{\rho}^{(s)} = \frac{\rho^{(s)2}}{2\sqrt{|\xi^{(s)2} - \varepsilon|}} \left(\frac{(1 + \varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon \right),$$

$$N_1^{(s)} = \sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2} + \rho^{(s)}\frac{\varepsilon + 1}{2}}, \quad N_2^{(s)} = \sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2} - \rho^{(s)}\frac{\varepsilon + 1}{2}}.$$

Далее вычислим спектральные функции ПИ (17) для спектральных интервалов интервала $\xi^{(s)}(\omega)^2 > \varepsilon$ и $\xi^{(s)}(\omega)^2 < \varepsilon$, получим следующие выражения:

$$R_1^{(s)\xi^2 > \varepsilon} = \frac{4\left(\xi^{(s)2} - \varepsilon + N^{(s)2}\right)}{M_1^{(s)}} e^{-2\rho^{(s)}\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}b^{(s)}}, \quad R_1^{(s)\xi^2 < \varepsilon} = \frac{4\left(N^{(s)2} + \varepsilon - \xi^{(s)2}\right)}{M_2^{(s)}} e^{-2\rho^{(s)}\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}b^{(s)}},$$

$$R_{\text{int}}^{(s)\xi^2 > \varepsilon} = \frac{4e^{\frac{\rho^{(s)}(1 - \varepsilon)}{2\varepsilon}b^{(s)}}}{M_1^{(s)}} \times$$

$$\times \left[\left(\Sigma_2^{(s)}\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} - N^{(s)}F_2^{(s)} \right) \cos\left(\left(\frac{\Sigma_1^{(s)} + \xi^{(s)}}{\varepsilon} - 2\sigma_0^{(s)}\right)b^{(s)}\right) e^{-\frac{F_2^{(s)} + \rho^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}} + \left(\Sigma_2^{(s)}N^{(s)} + F_2^{(s)}\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right) \sin\left(\left(\frac{\Sigma_1^{(s)} + \xi^{(s)}}{\varepsilon} - 2\sigma_0^{(s)}\right)b^{(s)}\right) e^{-\frac{F_2^{(s)} + \rho^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}} - \left(\Sigma_1^{(s)}\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} + N^{(s)}F_1^{(s)} \right) \cos\left(\left(\frac{\Sigma_2^{(s)} + \xi^{(s)}}{\varepsilon} - 2\sigma_0^{(s)}\right)b^{(s)}\right) e^{\frac{F_1^{(s)} - \rho^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}} - \left(\Sigma_1^{(s)}N^{(s)} + F_1^{(s)}\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right) \sin\left(\left(\frac{\Sigma_2^{(s)} + \xi^{(s)}}{\varepsilon} - 2\sigma_0^{(s)}\right)b^{(s)}\right) e^{\frac{F_1^{(s)} - \rho^{(s)}}{\varepsilon}b^{(s)}} \right].$$

$$R_{int}^{\xi^2 < \varepsilon} = \frac{4e^{\frac{\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} b^{(s)}}}{M_2^{(s)}} \operatorname{Re} \left[e^{-i\left(\sigma^{(s)} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon}\right)} K^{(s)} \Delta^{(s)*} \right].$$

5. Заключение. В работе рассматриваются дифрагированное переходное излучение и переходное излучение релятивистских электронов, пересекающих мишень из периодической слоистой среды. В рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения, описывающие амплитуду Фурье-образов напряженности электрических полей волн ПИ и ДПИ. Далее получены выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ДПИ и ПИ. Получены выражения, описывающие спектральные функции ПИ и ДПИ для интервалов спектральной переменной $\xi^{(s)}(\omega)^2 > \varepsilon$ и $\xi^{(s)}(\omega)^2 < \varepsilon$. Эти выражения позволят в дальнейшем исследовать спектрально-угловые свойства ПИ и ДПИ релятивистских электронов в периодической слоистой среде с учетом многократного рассеяния электронов на атомах мишени. Они учитывают поглощение рентгеновских волн материалом среды, а также асимметрию отражения поля электрона относительно поверхности мишени.

Список литературы

1. Гинзбург В.Л., Франк И.М. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1946;16(1):15–28.
2. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М.: Наука. 1984. 360 с.
3. Блажевич С.В., Горлов А.С., Носков А.В., Федосеев А.Э. Влияние многократного рассеяния на спектрально-угловую плотность дифрагированного переходного излучения. *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. 2023;5:73–79.
4. Nasonov N.N. Influence of the density effect upon the parametric X-rays of high energy particles. *Physics Letters A*. 1998;246:148–152.
5. Blazhevich S.V., Noskov A.V., Fedoseev A.E. Effect of multiple scattering on diffracted transition radiation of a relativistic electron crossing a single crystal target. *Journal of Instrumentation*. 2022;17(7):11–19. DOI: 10.1088/1748-0221/17/07/P07029.
6. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Cerenkov emission of x rays. *Physical Review A*. 1989;40(8):4322.
7. Носков А.В., Бондаренко В.А., Блажевич С.В., Юрьева А.А., Федосеев А.Э. О влиянии многократного рассеяния на переходное излучение в монокристалле. *Прикладная математика & Физика*. 2023;55(2):183–192.
8. Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R., Piestrup M.A. and Gary C.K. X rays from relativistic electrons in a multilayer structure. *Physical Review E*. 2023;68(3):036504.
9. Блажевич С.В., Колосова И.В., Носков А.В. Когерентное рентгеновское излучение релятивистского электрона в искусственной периодической структуре. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2012;141(4):627–635.
10. Блажевич С.В., Гладких Ю.П., Носков А.В. Когерентное рентгеновское излучение, возбуждаемое релятивистским электроном в периодической слоистой структуре в геометрии рассеяния Брэгга. *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. 2013;4:99–109.
11. Блажевич С.В., Носков А.В. Когерентное рентгеновское излучение, возбуждаемое пучком релятивистских электронов в периодической слоистой среде в геометрии рассеяния Брэгга. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2017;152(2):267–279.
12. Blazhevich S.V., Noskov A.V. On the dynamical effects in the characteristics of transition radiation produced by a relativistic electron in a single crystal plate. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 2006;252:69–74.
13. Блажевич С.В., Носков А.В. Параметрическое рентгеновское излучение вдоль скорости релятивистского электрона в условиях асимметричного отражения. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 2009;136(6):1043–1056.
14. Blazhevich S., Kolosova I., Noskov A. Coherent X-radiation along the velocity of a relativistic electron in a bounded periodic multilayer medium. *Journal of Physics: Conference Series*. 2012;357:012016.
15. Блажевич С.В., Дрыгина Ю.А., Шевчук О.Ю., Носков А.В. Когерентное рентгеновское излучение, генерируемое вблизи оси пучка релятивистских электронов в искусственной периодической структуре. *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. 2020;6:43–53.
16. Пинскер З.Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука. 1974. 376 с.
17. Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. М.: Наука. 1987. 272 с.

References

1. Ginzburg V.L., Frank I.M. Radiation of a uniformly moving electron arising during its transition from one medium to another. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 1946;16(1):15–28. (in Russian)

2. Ginzburg VL., Tsytovich VN. Transition Radiation and Transition Scattering. M.: Nauka. 1984. 360 p. (in Russian)
3. Blazhevich SV., Gorlov AS., Noskov AV., Fedoseev AE. Effect of Multiple Scattering on the Spectral-Angular Density of Diffracted Transition Radiation. *Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2023;17(3):592–597.
4. Nasonov NN. Influence of the density effect upon the parametric X-rays of high energy particles. *Physics Letters A*. 1998;246:148–152.
5. Blazhevich SV., Noskov AV., Fedoseev AE. Effect of multiple scattering on diffracted transition radiation of a relativistic electron crossing a single crystal target. *Journal of Instrumentation*. 2022;17(7):11–19. DOI: 10.1088/1748-0221/17/07/P07029.
6. Caticha A. Transition-diffracted radiation and the Cerenkov emission of x rays. *Physical Review A*. 1989;40(8):4322.
7. Noskov A., Bondarenko V., Blazhevich S., Yurieva A., Fedoseev A. On the Effect of Multiple Scattering on the Transition Radiation in a Single Crystal. *Applied Mathematics & Physics*. 2023;55(2):183–192.
8. Nasonov NN., VV. Kaplin, Uglov SR., Piestrup MA. and Gary CK. X-rays from relativistic electrons in a multilayer structure. *Physical Review E*. 2023;68(3):365041-365047. DOI:10.1103/PhysRevE.68.036504.
9. Blazhevich SV., Kolosova IV., Noskov AV. Coherent X-ray Radiation Generated by a Relativistic Electron in an Artificial Periodic Structure. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2012;114(4): 547–554.
10. Blazhevich S., Gladkih Yu., Noskov A. Coherent X-Rays Excited by a Relativistic Electron Crossing a Periodic Stratified Structure in Bragg Scattering Geometry. *Journal of Surface Investigation. X ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2013;7(2):388–397.
11. Blazhevich SV., Noskov AV. Coherent X-ray Radiation Generated by a Relativistic Electron Beam in a Periodic Layered Medium in the Bragg Scattering Geometry. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2017;125(2):223–234.
12. Blazhevich SV., Noskov AV. On the dynamical effects in the characteristics of transition radiation produced by a relativistic electron in a single crystal plate. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*. 2006;252:69-74.
13. Blazhevich SV., Noskov AV. Parametric X-ray radiation along relativistic electron velocity in asymmetric Laue geometry. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2009;109:901-912.
14. Blazhevich S., Kolosova I., Noskov A. Coherent X-radiation along the velocity of a relativistic electron in a bounded periodic multilayer medium. *Journal of Physics: Conference Series*. 2012;357:012016. DOI:10.1088/1742-6596/357/1/012016
15. Blazhevich SV., Drygina YuA., Shevchuk OYu., Noskov AV. Coherent X-Ray Radiation Generated Near the Axis of the Beam of Relativistic Electrons in an Artificial Periodic Structure. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2020;14(3):586–595.
16. Pinsky Z. Dynamical Scattering of X-rays in Crystals. Springer. Berlin. 1984. 514 p.
17. Bazylev V., Zhevago N. Emission From Fast Particles Moving in a Medium and External Fields. Moscow. USSR. 1987. 272 p. (in Russian)

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 27.12.2023

Received December 27, 2023

Поступила после рецензирования 07.02.2024

Revised February 7, 2024

Принята к публикации 11.02.2024

Accepted February 11, 2024

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Носков Антон Валерьевич – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой физики, Московский технический университет связи и информатики, г. Москва, Россия

Киперша Владислав Константинович – аспирант кафедры теоретической и прикладной химии, Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, г. Белгород, Россия

Плесканев Алексей Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики, Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, г. Белгород, Россия

Блажевич Сергей Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

Ильинский Роман Юрьевич – аспирант кафедры теоретической и экспериментальной физики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

Волошкина Елена Викторовна – аспирант кафедры теоретической и экспериментальной физики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Anton V. Noskov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Physics, Moscow Technical University of Communications and Informatics, Moscow, Russia

Vladislav K. Kipersha – Postgraduate Student of the Department of Theoretical and Applied Chemistry, V. G. Shukhov Belgorod State Technological University, Belgorod, Russia

Aleksey A. Pleskanev – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Physics, V. G. Shukhov Belgorod State Technological University, Belgorod, Russia

Sergey V. Blazhevich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Theoretical and Experimental Physics, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia

Roman Yu. Ilyinsky – Postgraduate Student of the Department of Theoretical and Experimental Physics, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia

Elena V. Voloshkina – Postgraduate student of the Department of Theoretical and Experimental Physics, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia